

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: -0,8.

10 - 0,8

Blank

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

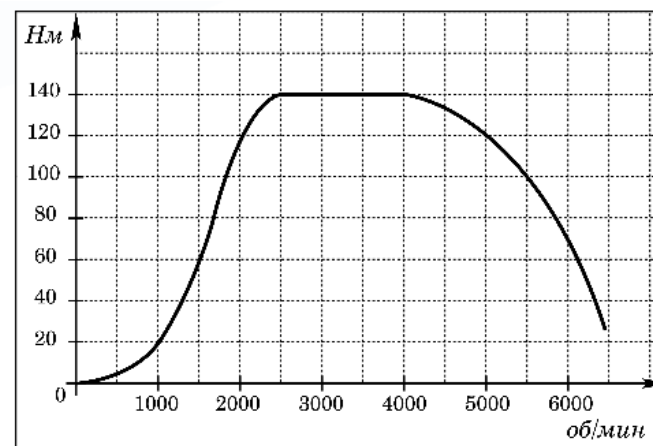
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

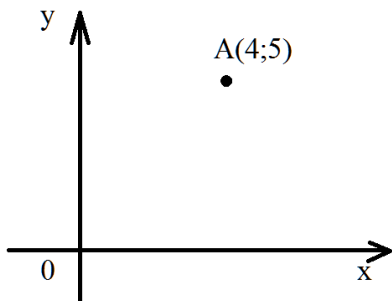
- 1** Летом килограмм земляники стоит 250 рублей. Мама купила 1 кг 400 г клубники. Сколько рублей сдачи она получит с 1000 рублей?
 Ответ: _____.
- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н·м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н·м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



Ответ:



- 3 Из точки $A(4; 5)$ опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите абсциссу основания перпендикуляра.



Ответ: _____.

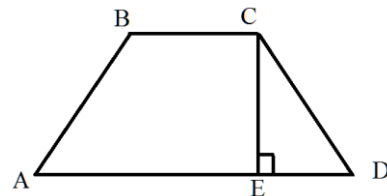
- 4 Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) = -2$

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.



Ответ: _____.

- 7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 4$ с.

Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K — середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1 , D_1 и K .

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\log_5 50 - \log_5 10$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.



- 11 Грузовик перевозит партию щебня массой 240 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено на двенадцатый день, если вся работа была выполнена за 15 дней.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-7-6x-x^2}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin 3x + \sin 4x + \sin 5x = 0$
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; \frac{\pi}{2})$
- 14 Сторона правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми CA_1 и AB_1 .
- 15 Решите неравенство $\log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x - 5) \geq 2$.
- 16 Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB , являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу AB , является их общей внешней касательной.
- а) Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника ACB .
- б) Найдите площадь треугольника ACB .

- 17 Оля хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$((a-2)x^2 + 6x)^2 - 4((a-2)x^2 + 6x)^2 + 4 - a^2 = 0$$

имеет ровно два решения.

- 19 Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.
- а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?
 б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?
 в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?



**Система оценивания
Ответы к заданиям 1-19**

Каждое из заданий 1–14 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 15-17 максимум оцениваются в 2 балла, задания 18-19 – в 3 балла, а задания 20-21 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	650
2	1500
3	4
4	0,25
5	5
6	0,96
7	2
8	5
9	1
10	180000
11	156
12	-3
13	а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{4}k, k \in \mathbb{Z}$ б) $0; \frac{\pi}{4}$
14	$2\arcsin \frac{2\sqrt{3}}{5}$ или $\arccos 0.04$
15	$(-\infty; -2] \cup [4; \infty)$
16	8
17	5 лет
18	$(-\infty; -1); 0; 2; (5; +\infty)$
19	а) да б) нет в) 33

