

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

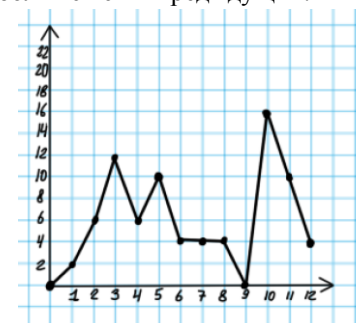
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Для производства компьютерной игры необходимо набрать штат сотрудников. Изначальный бюджет, предоставленный спонсором – 450 000 рублей. Из них 50% уйдет на зарплату директору, а остальные будут распределены между программистами. Сколько будет получать программист, разрабатывающий данную игру, если всего сотрудников в фирме – 26.

Ответ: \_\_\_\_\_.

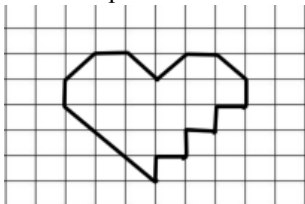
- 2** На рисунке жирными точками количество отмененных авиа рейсов в аэропорту Казани с 3 по 15 февраля 2015 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество рейсов, отмененных в соответствующий день. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку количество дней, в которые рейсов отменили на четыре больше чем в предыдущий.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен многоугольник (см. рисунок). Найдите его площадь, запишите ответ в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В театр пошли 8 пенсионеров (2 бабушки и 6 дедушек). Пенсионеры наугад рассаживаются в одном ряду и полностью заполняют его. Какова вероятность, что 2 бабушки будут сидеть вместе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

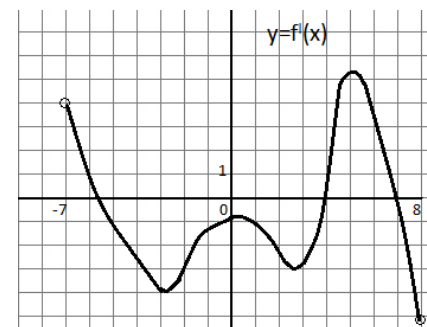
- 5 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-16} = 16384$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике ABC угол  $C=90^\circ$ , CH-высота,  $BH=7$ ,  $\sin A=1/3$ . Найдите AB.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Определите максимальное расстояние между целыми точками, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна и умножьте это значение на количество этих точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В первом цилиндрическом сосуде с радиусом основания 10 см находится второй цилиндрический сосуд с радиусом 5 см и той же высотой. Через некоторое время уровень жидкости во втором сосуде достигает 10 см и начинает переливаться за границы второго сосуда в первый. После заполнения жидкостью первого сосуда из него извлекают второй сосуд. На какой высоте будет находиться уровень жидкости в первом сосуде? Ответ выразите в см.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.



## Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{\operatorname{tg} 37^\circ \cdot 5 \sin 74^\circ}{\cos 53^\circ \cdot \cos 37^\circ \cdot \operatorname{ctg} 37^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m},$$

где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1),  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,11.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Компания занимается выпуском химического состава. Для того чтобы приготовить состав нужно в течении 16 дней ежедневно добавлять в цистерну объемом 480 литров количество химического состава на одно и то же количество больше, чем в предыдущий день. Известно, что в первый день в цистерну налили 10 литров химического состава. Определите, сколько химического состава добавили сотрудники в последний день.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = \ln(x+3) - 5x + 2016$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{\sqrt{27}}{\sin x} - \frac{3}{\sin^2 x} = 2$

б) Найдите минимальное расстояние и минимальную длину дуги между несовпадающими точками единичной окружности, соответствующими корням уравнения

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  высота равна 12, а апофема равна 20. Точки  $P$  и  $T$  — середины рёбер  $SB$  и  $SC$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $PT$  и параллельна высоте пирамиды  $SH$ .

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит высоту основания  $BB_1$  в отношении 1 : 2, считая от точки  $B$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

- 15 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{(|2x+1| - x - 2)(\log_{\frac{1}{3}}(x+4) + 1)}{2x^2 - 2|x|} \geq 0 \\ \frac{\log_x^2(\frac{x+2}{x^2})}{2x^2 - 2^{2-x^2} + \sqrt{2}} \leq 0 \end{cases} = 2$$

- 16 Известно, что  $ABCDE$ -выпуклый пятиугольник.

а) Докажите, что сумма длин диагоналей пятиугольника меньше удвоенного периметра

б) Найдите сумму длин диагоналей данного пятиугольника, если  $\triangle BED$ -равносторонний,  $AB=AE=BC=CD=\sqrt{3}$ ,  $\angle BAE=\angle ABC=\angle BCD$



- 17** 10 июня в банке взяли кредит на 15 месяцев. При этом 3-го числа каждого месяца долг возрастает на  $a\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца, с 4 по 9-е число каждого месяца нужно выплатить часть долга, при этом 10-го числа долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 10-е число предыдущего месяца.  
Найдите  $a$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита на 16% больше суммы, взятой в кредит.

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства:

$$\frac{3^x - 6a + 3}{a - 2} + \frac{12}{(a - 2)(3^x - 3 + a)} \leq \frac{10a + 2}{3 - a - 3^x}$$

является отрезком длины меньше 1.

- 19** Решите в натуральных числах уравнение:  $n^{k+1} - n! = 7(420k + 1)$

### Система оценивания Ответы к заданиям 1-19

Каждое из заданий 1–14 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Верно выполненные задания 15–17 максимум оцениваются в 2 балла, задания 18–19 – в 3 балла, а задания 20–21 – в 4 балла.

№ задания	Ответ
1	9000
2	2
3	17,5
4	0,2
5	23
6	63
7	14
8	2,5
9	10
10	0,71
11	50
12	-2,8
13	а) $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{\pi}{3}; 1$
14	8
15	$(-2; -1)$
16	$9 + 4\sqrt{3}$
17	2
18	$[3; 4)$
19	7;4

