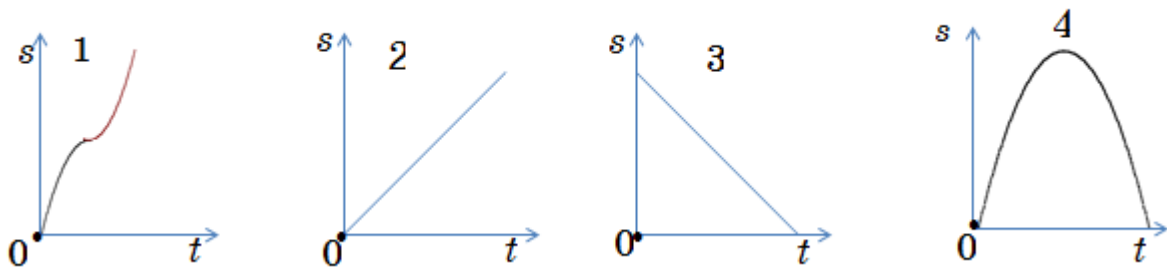


## Кинематика часть I

1. Шарик, брошенный вертикально вверх, через некоторое время вернулся в исходную точку. Какой график соответствует зависимости пройденного шариком пути от времени?



1. Указание. Учесть, что скорость шарика не постоянная, а путь не может уменьшаться со временем.

2. Велосипедист едет по круговому треку. Если радиус окружности уменьшить в два раза, а скорость движения увеличить в 2 раза, то центростремительное ускорение велосипедиста, в модели материальной точки

- 1) увеличится в 2 раза    2) увеличится в 8 раз  
3) уменьшится в 2 раза    4) не изменится

2. Указание. Дважды выражаем центростремительное ускорение по кинематической формуле (1.1.31). Один раз с начальными данными  $v, R$  - скоростью велосипедиста и радиусом трека, а второй - с измененными, и затем сравниваем.

3. Велосипедист движется по прямому шоссе со скоростью  $\vec{V}_1$ , а такси со скоростью  $\vec{V}_2 = -3\vec{V}_1$ . Скорость  $\vec{V}_{\text{отн}}$  такси относительно велосипедиста равна

- 1)  $\vec{V}_1$     2)  $3\vec{V}_1$     3)  $4\vec{V}_1$     4)  $-4\vec{V}_1$

3. Применить теорему сложения скоростей (1.1.33).

4. Мотоциклист со скоростью  $V_M = 120$  км/ч и автобус со скоростью

$V_a = 80$  км/ч движутся к перекрестку по пересекающимся под прямым углом дорогам. Чему равен модуль скорости  $V_{\text{ма}}$  мотоциклиста относительно автобуса?

- 1) 40 км/ч    2) 100 км/ч    3) 144 км/ч    4) 200 км/ч

4. Указание. Применить теорему сложения скоростей в векторном виде (1.1.33).

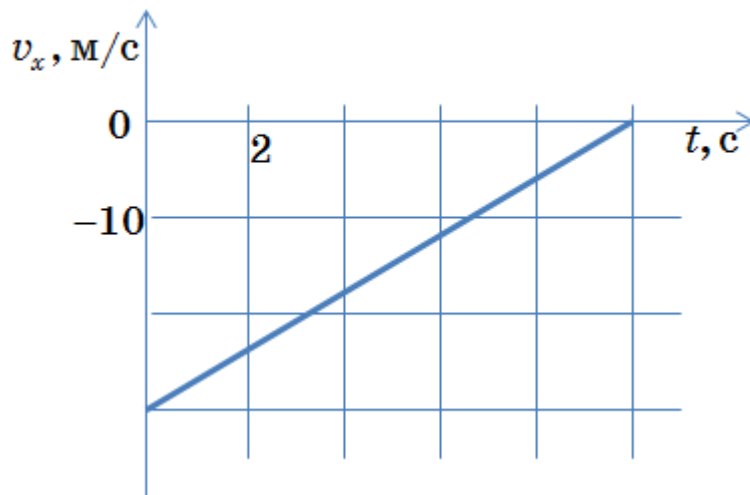
5. Самолет на взлетной полосе разогнался до скорости  $V = 100$  м/с из состояния покоя. Считая, что он двигался с постоянным ускорением

$a = 8$  м/с<sup>2</sup>, определить какой путь  $S$  прошел самолет

- 1) 525 м    2) 575 м    3) 625 м    4) 675 м

5. Указание. Применить формулу, связывающую путь, ускорение и конечную скорость при движении из состояния покоя (1.1.13)

6. На рисунке изображен график зависимости проекции скорости  $V_x$  тела от времени. Определите величину проекции  $a_x$  ускорения.



- 1)  $3 \text{ м/с}^2$     2)  $6 \text{ м/с}^2$     3)  $9 \text{ м/с}^2$     4)  $12 \text{ м/с}^2$

6. Указание. Использовать связь проекции скорости и проекции ускорения по определению (1.1.10)

7. Покоящееся тело начинает двигаться из состояния покоя с ускорением

$a=4 \text{ м/с}^2$ . Через время  $t=5 \text{ с}$  оно достигнет скорости

- 1)  $10 \text{ м/с}$     2)  $15 \text{ м/с}$     3)  $20 \text{ м/с}$     4)  $25 \text{ м/с}$

7. Указание. Применить формулу, выражающую зависимость скорости от времени при движении с постоянным ускорением (1.1.11)

8. Мячик брошен вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 12 \text{ м/с}$ . Найти за какое время он достигнет самой верхней точки полета, пренебрегая сопротивлением воздуха.

- 1)  $1,2 \text{ с}$     2)  $2,2 \text{ с}$     3)  $3,2 \text{ с}$     4)  $4,2 \text{ с}$

8. Указание. Применить формулу, описывающую изменение со временем скорости тела, брошенного вертикально вверх (1.1.17 с). Учесть, что в самой верхней точке скорость обращается в ноль.

9. По реке плывет лодка со скоростью  $v$ . Мальчик в лодке стреляет из игрушечной пушки вертикально вверх. Ядро поднимается на высоту  $h$ .

Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать справедливым утверждение

- 1) ядро после полета упадет позади лодки    2) ядро после полета упадет перед лодкой
- 3) ядро упадет на лодку рядом с пушкой    4) в зависимости от скорости лодки и высоты подъема ядра возможны варианты 1-3.

9. Указание. Воспользоваться принципом относительности Галилея.

10. Поезд трогается с места и в течение времени  $t=2$  мин движется с постоянным ускорением. Определить во сколько раз средняя скорость поезда за вторую минуту больше, чем его средняя скорость за первую минуту

- 1) 1    2) 2    3) 3    4) 4

10. Указание. Поезд движется равноускоренно в одну сторону. Применима формула для средней скорости (1.1.19).

## Кинематика часть 1 (продолжение).

1. Снаряд, выпущенный со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, в течение времени  $\tau$  поднимается на максимальную высоту  $h$  над горизонтом. Пренебрегая сопротивлением воздуха, установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно определить. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу выбранные цифры.

физические величины	формулы
А) время $\tau$ подъема на максимальную высоту	1) $\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$
	2) $\frac{v_0 \cos^2 \alpha}{g}$

Б) высота $h_{\max}$ самой верхней точки траектории	3) $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
	4) $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

А	Б

1. Указание. Дома, когда нет экзаменационного дефицита времени, полезно вывести формулы для максимальной высоты и времени полета до верхней точки траектории. Исходить нужно из уравнения для вертикальной координаты снаряда как функции времени и уравнения для вертикальной проекции скорости (1.1.22), (1.1.26). На экзамене можно выбрать нужную формулу, исходя из анализа размерности и проверяя предельные случаи (угол  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ).

Ответ: 43

2. Уравнение движения тела, перемещающегося вдоль оси  $X$ , имеет вид  $x(t) = bt + ct^2$ . Коэффициенты в уравнении движения равны:  $b=3$  м/с,  $c=0,4$  м/с<sup>2</sup>. Найдите указанные в таблице величины и запишите ответы в таблицу.

скорость $v_0$ тела при $t = 0$	скорость $v_1$ тела при $t_1 = 3$ с	ускорение $a_0$ тела при $t = 0$	ускорение $a_1$ тела при $t_1 = 3$ с	средняя скорость $v_{\text{ср}}$ за время от 0 до 3 с	среднее ускорение $a_{\text{ср}}$ на интервале времени $0 \leq t \leq 3$ с

2. Указание. Используйте связь мгновенных значений проекций скорости и ускорения с координатой по определению (1.1.7), (1.1.10). Удобно применить

формулу для средней скорости при движении с постоянным ускорением в одном направлении (1.1.19).

3. Расстояние между двумя станциями  $S=3$  км поезд метро проходит со средней скоростью  $V_{\text{ср}}=54$  км/ч. При этом на разгон он затрачивает время

$t_1 = 20$  с, затем идёт некоторое время равномерно и на замедление до полной остановки тратит время  $t_2=10$  с. Постройте график скорости движения поезда и определите наибольшую скорость поезда  $V_{\text{max}}$ .

3. Указание. Найдите, используя заданную среднюю скорость на всем пути, полное время переезда между станциями. Нарисуйте график скорости поезда как функции времени и свяжите с его помощью заданный в условии путь с наибольшей скоростью поезда между станциями. Используйте представление о величине пути как площади под графиком скорости.

Ответ: 58,4 км/ч

4. Материальная точка начинает равнозамедленно двигаться вдоль оси  $OX$  с некоторой начальной скоростью  $V_0$  и ускорением  $a=5$  м/с<sup>2</sup>. При какой начальной скорости  $V_0$  точка пройдет минимальный путь за вторую секунду движения? Чему равен этот путь? Чему равно в этом случае перемещение тела  $\Delta x$  за первые две секунды движения?

4. Указание. Нарисуйте несколько графиков скорости для равнозамедленного движения с ускорением  $a=5$  м/с<sup>2</sup> и разными начальными скоростями  $V_0$ .

Подумайте как должен проходить график скорости, чтобы путь за вторую секунду (соответствующая площадь на графике) оказался минимальным. Удобно выбрать масштабы времени и скорости такие, чтобы график шел под углом 45°.

Ответ: 7,5 м/с; 1,25 м; 5 м

5. Девочка, стоя на балконе на высоте  $h = 15$  м от земли, бросает вертикально вверх мячик со скоростью  $v_0 = 8$  м/с. Через сколько времени мячик окажется на земле?

5. Указание. Введите вертикальную ось координат, можно с началом на земле, и напишите уравнение движения камня (зависимость его координаты (высоты) от времени (1.1.17))

Ответ: 2,7 с

6. Два велосипедиста ездят по круговому треку в одном направлении со скоростями  $v = 40$  км/ч и  $u = 30$  км/ч. Чему равны наибольшая и наименьшая скорости удаления велосипедистов друг от друга?

6. Указание. Удобно свести задачу к ситуации, когда движется один велосипедист, а не два. Для этого нужно перейти в систему отсчета, в которой один велосипедист, пусть для конкретности более медленный, неподвижен.

Введите систему отсчета, движущуюся поступательно со скоростью медленного велосипедиста в данный момент времени. Скорость  $\vec{v}_{отн}$  быстрого велосипедиста относительно этой системы можно найти, используя векторную теорему сложения скоростей (1.1.33). Искомая скорость удаления равна проекции относительной скорости на линию, соединяющую велосипедистов.

Ответ: 10 км/ч;0

7. Прогулочный теплоход проплывал под мостом на реке, когда мальчик уронил в воду мячик. Через час теплоход, развернувшись поплыл обратно и, когда мальчик на причале сходил с теплохода, он увидел на реке свой мячик. Какова скорость  $v_T$  течения воды в реке, если известно, что мост находится на расстоянии  $l = 10$  км от причала?

7. Указание. Удобно перейти в систему отсчета, связанную с водой в реке и продумать как связан интервал времени, в течение которого теплоход удалялся от мячика с интервалом времени, в течение которого теплоход приближался к мячику после разворота.

Ответ: 5 км

8. Поезд трогается с места и движется с постоянным ускорением. За какое время  $t$  состав из 10 вагонов пройдет мимо неподвижного наблюдателя, если третий вагон прошёл мимо него за время  $\tau = 6$  с?

8. Указание. Ввести длину одного вагона и ускорение поезда и выразить через эти величины искомое время и заданное время, что позволит сранить времена. Использовать формулу, связывающую путь и время при равноускоренном движении без начальной скорости(1.1.13).

Ответ: 59,7 с

9. С вертолѐта, летящего горизонтально на высоте  $H = 125$  м со скоростью  $u = 90$  км/ч, столкнули груз. На какой высоте  $h$  его скорость  $\vec{v}$  будет составлять с горизонтом угол  $\alpha = 60^\circ$ ?

9. Указание. Горизонтальная компонента скорости груза равна скорости самолета. Вертикальная компонента увеличивается по мере приближения к земле. По заданному углу определить вертикальную компоненту скорости и по ней найти высоту, используя связь высоты и скорости при свободном падении тела (1.1.16).

Ответ: 31,3 м

10. Длина минутной стрелки часов  $l = 2$  см. Определите модуль средней векторной скорости  $V_{\text{ср}}$  конца стрелки и среднюю путевую скорость  $U_{\text{ср}}$  конца этой стрелки на промежутке времени от 12.00 ч до 12.15 ч.

10. Указание. Использовать определение вектора средней скорости и средней путевой скорости.( 1.1.21).

Ответ: 0,19 см/мин; 0,21 см/мин





## Кинематика часть 1. Решения задач.

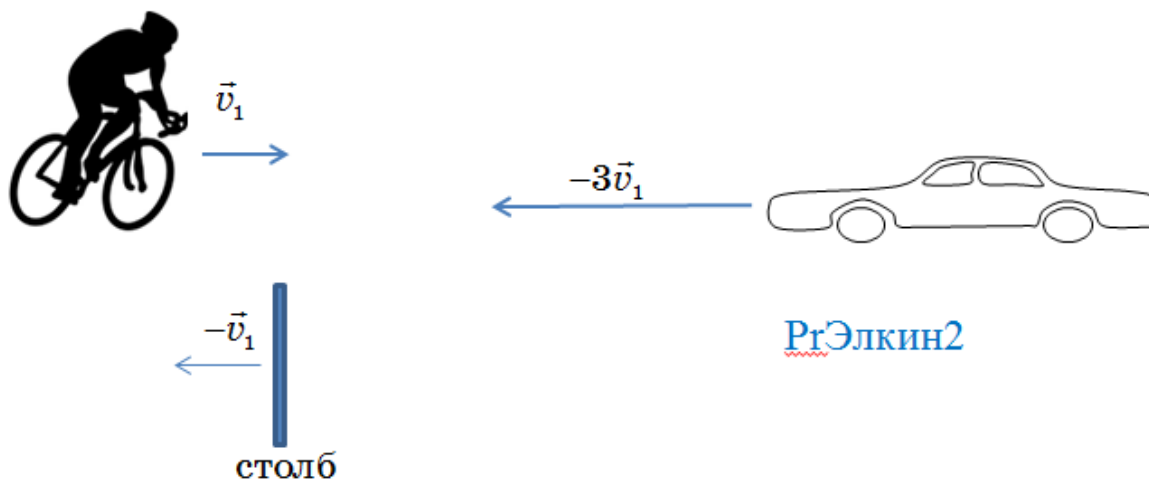
1. (1). Решение. Путь должен описываться неубывающей функцией времени, т.е. рассматривать нужно только графики 1 и 2. График 2 описывает движение с постоянной скоростью, что не соответствует условию задачи.

2. (2). Решение.

$$a_{ц1} = \frac{v^2}{R}, \quad a_{ц2} = \frac{(2v)^2}{\frac{R}{2}} = 8 \frac{v^2}{R} = 8a_{ц1}$$

3. (4). Решение. По теореме сложения скоростей скорость такси относительно дороги  $\vec{v}_2$  равна искомой скорости  $\vec{v}_{отн}$  плюс скорость  $\vec{v}_1$  велосипедиста

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_{отн} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -3\vec{v}_1 - \vec{v}_1 = -4\vec{v}_1$$



### PrЭлкин2

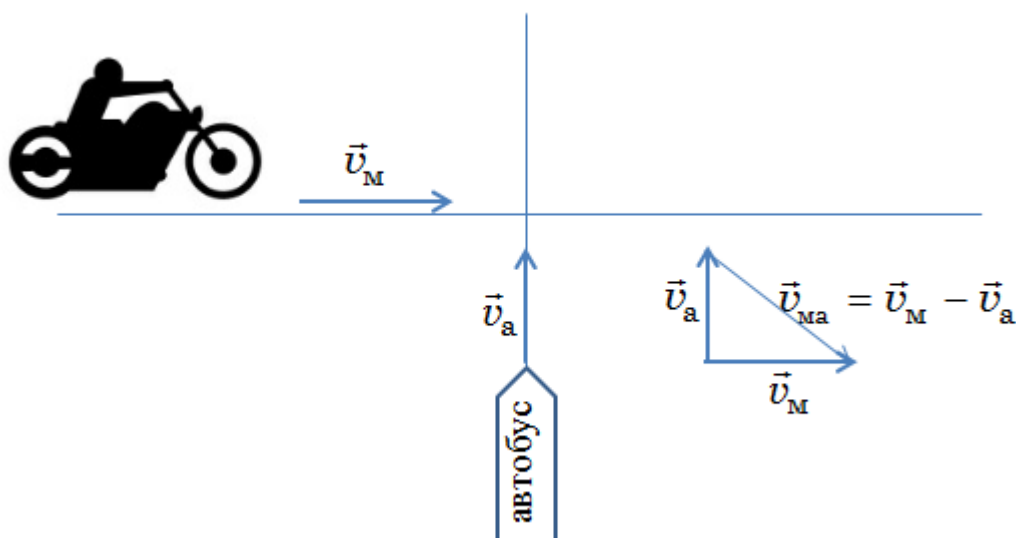
Замечание. Чтобы быстро понимать какая будет скорость тела относительно движущейся системы отсчета, удобно использовать мнемоническое «правило столба». Велосипедист считает себя неподвижным, а придорожному столбу

приписывает свою скорость, направленную назад. Точно так же он добавляет вектор  $(-\vec{v}_1)$  и к скорости такси и всех других тел неподвижных и движущихся.

4. (2). Решение. Водитель автобуса, считая себя неподвижным, получает скорости всех тел относительно автобуса, добавляя векторно к их скоростям относительно земли свою скорость с обратным знаком

$$\vec{v}_{ма} = \vec{v}_M + (-\vec{v}_a) = \vec{v}_M - \vec{v}_a \quad (1)$$

Этот правило применимо к любому направлению движения тела по отношению к движущейся системе отсчета, в частности, к движению по пересекающимся дорогам, как в этой задаче.



PrЭлкинЗ

Вычитая векторы скоростей, как требует уравнение (1), получаем ответ для модуля вектора разности  $v_{та}$  (применяем правило вычитания векторов «уколки уменьшаемое» (M4)) и теорему Пифагора

$$v_{ма} = \sqrt{v_M^2 + v_a^2} = \sqrt{120^2 + 80^2} = 144 \text{ км/ч}$$

5. (3). Решение.

$$v^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{100^2}{2 \cdot 8} = 625 \text{ м}$$

6. (1). Решение. Проекция скорости, как видно на графике, изменилась на величину  $\Delta v_x = 30 \text{ м/с}$  за время  $\Delta t = 10 \text{ с}$ .

По определению

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3 \text{ м/с}$$

7. (4). Решение.  $v(t) = at = 4 \cdot 5 = 12 \text{ м/с}$ .

8. (3). Решение.  $v(t) = v_0 - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ м/с}$

9. (3). Решение. Галилей утверждал и, что сидя в каюте корабля, нельзя механическими опытами установить стоит корабль, или движется прямолинейно и равномерно. Это значит, что после вертикального полета ядро вернется к пушке на движущемся корабле так же как на покоемся.

10. (3). Решение. В момент времени  $t_1 = 1 \text{ мин}$  скорость тела  $v_1 = at_1 = \frac{at}{2}$

Средняя скорость за первую минуту

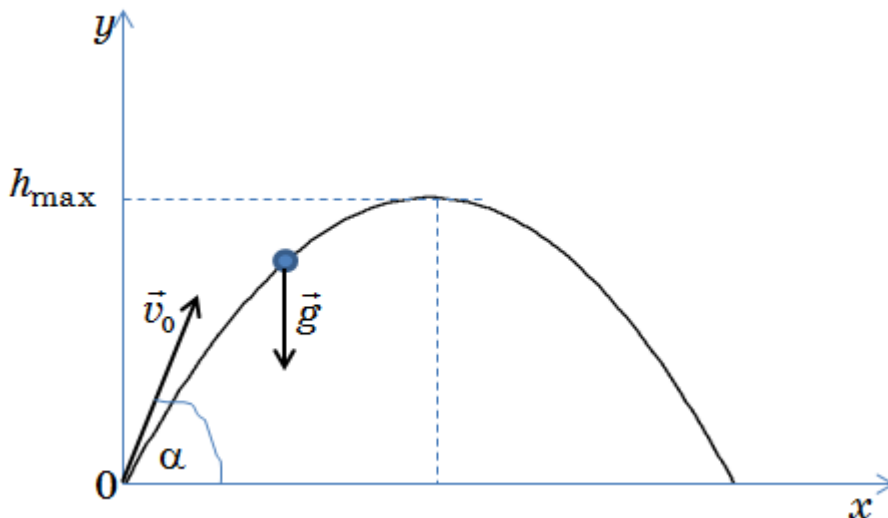
$$v_{\text{ср1}} = \frac{0 + v_1}{2} = \frac{0 + at_1}{2} = \frac{at_1}{2} = \frac{at}{4}.$$

Скорость в конце второй минуты  $v_2 = at$ . Средняя скорость за вторую минуту

$$v_{\text{ср2}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\frac{at}{2} + at}{2} = \frac{3at}{4}, \quad \frac{v_{\text{ср2}}}{v_{\text{ср1}}} = \frac{3at \cdot 4}{4at} = 3$$

## Кинематика часть II (продолжение). Решения задач.

1. (43). Решение. Введем оси координат  $x, y$ , как изображено на рисунке.



### PrЭлкин5

Снаряд вылетает из точки  $O$  в начале координат, имея скорость  $\vec{v}_0$ .

Единственная сила, действующая на тело в полете, это сила тяжести  $m\vec{g}$ . По второму закону Ньютона тело будет двигаться с ускорением

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{m\vec{g}}{m} = \vec{g}.$$

Ускорение направлено по вертикали и будет влиять только на вертикальные скорость и координату. По горизонтали тело движется так, как будто нет гравитации. Запишем уравнения для вертикальной координаты и вертикальной проекции скорости снаряда

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$
$$v_y(t) = y'(t) = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt$$

В самой верхней точке траектории, где снаряд оказывается в момент времени  $t = \tau$ , его скорость направлена по горизонтали, вертикальная проекция

скорости равна нулю  $v_y(\tau) = v_0 \sin \alpha - g\tau = 0 \Rightarrow \tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ . Зная время

движения до верхней точки, находим высоту этой точки по уравнению для вертикальной координаты

$$\begin{aligned} h = y(\tau) &= v_0 \sin \alpha \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2} = \\ &= v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

2. Решение. Получим выражения для скорости и ускорения тела в любой момент времени и подставим нужное по условию время

$$v(t) = x'(t) = (bt + ct^2)' = b + 2ct = 3 + 0,4t$$

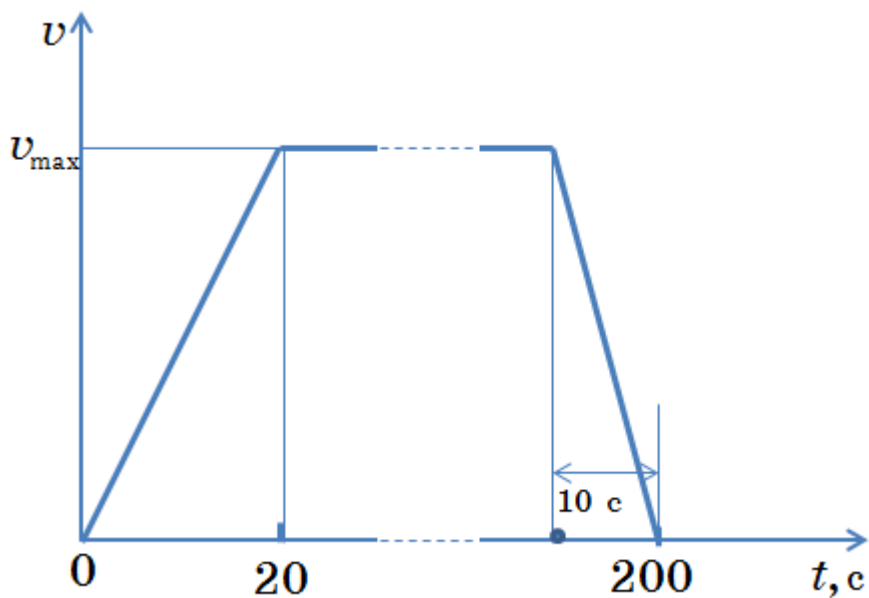
$$a(t) = v'(t) = (3 + 0,4t)' = 0,4 \text{ м/с}^2 = \text{const}$$

Ответ: 
$$\begin{cases} v_0 = 3 \text{ м/с}, v_1 = 3 + 0,4 \cdot 3 = 4,2 \text{ м/с}, a_0 = 0,4 \text{ м/с}^2 \\ a_1 = 0,5 \text{ м/с}^2, v_{\text{ср}} = \frac{4 + 6,5}{2} = 5,25 \text{ м/с}, a_{\text{ср}} = 0,5 \text{ м/с}^2 \end{cases}$$

3. (58,4 км/ч). Решение. Заданные путь  $s$  и средняя скорость позволяют найти полное время перезда между станциями

$$t = \frac{s}{v_{\text{ср}}} = \frac{3}{54} \cdot 3600 = 200 \text{ с}.$$

Путь  $s = 3$  км на рисунке площади фигуры, ограниченной снизу осью абсцисс, а сверху и с боков графиком скорости, имеющем вид трапеции.



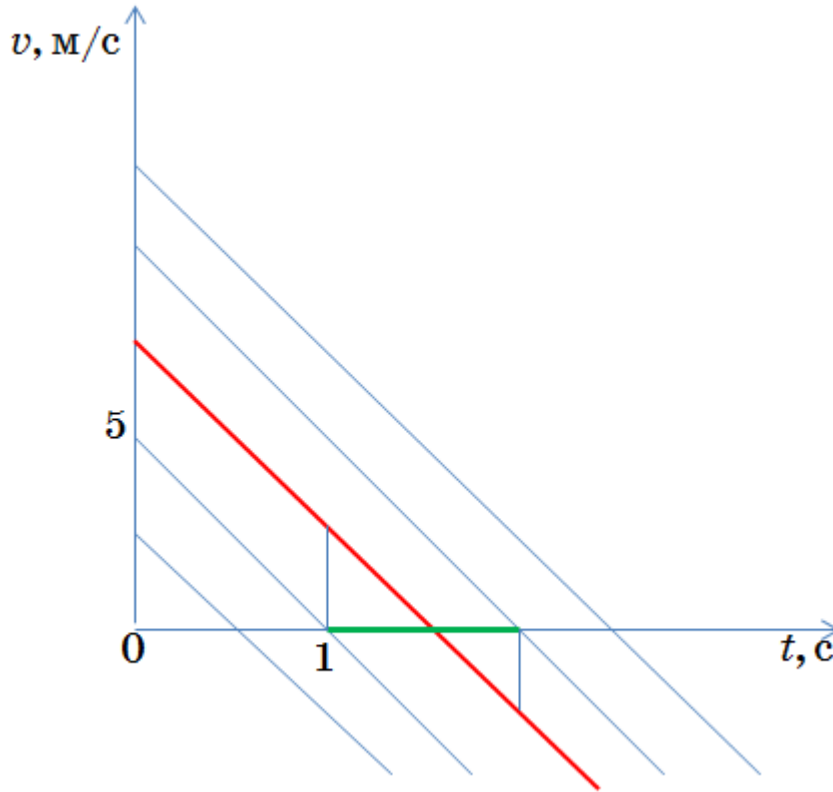
PrЭлкинб

Выразим путь  $s$  через  $v_{\max}$ , используя график.

$$s = \frac{1}{2} v_{\max} \cdot 20 + \frac{1}{2} v_{\max} \cdot 10 + v_{\max} \cdot (200 - 20 - 10) = 185 v_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{s}{185} = \frac{3 \cdot 3600}{185} = 58,4 \text{ км/ч}$$

4. (7,5 м/с; 1,25 м; 5 м). Решение. Минимальному пути за вторую секунду соответствует красная линия на графике скорости.



В этом случае путь  $s$  равен суммарной площади двух равных треугольников, у которых горизонтальные катеты зеленые. Для всех других начальных скоростей (других линий на графике) путь получится больше. Обозначая промежуток времени, соответствующий второй секунде  $\tau$ , найдем для пути, пройденного телом за это время

$$s = 2 \cdot \frac{a\tau}{2} \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\tau^2}{4} = \frac{5 \cdot 1^2}{4} = 1,25 \text{ м}$$

Начальная скорость, соответствующая красной линии,

$$v_0 = a \frac{3}{2} \tau = 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = 7,5 \text{ м/с}$$

Перемещение за время  $t=2 \text{ с}$

$$\Delta x(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 7.5 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2^2}{2} = 5 \text{ м}$$



5. (2,7 с). Решение. Направляем вертикальную ось  $y$  с началом на земле вверх. Зависимость координаты  $y$  мячика от времени имеет вид

$$y(t) = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

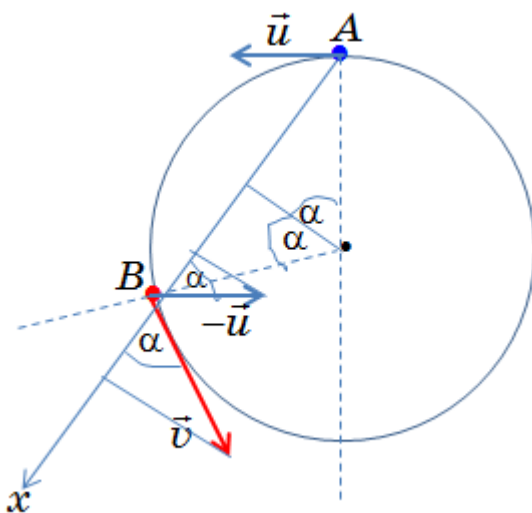
В момент приземления мячика  $y(t) = 0$ . Получается уравнение (квадратное) для отыскания времени полета мячика.

Ответ: 
$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} = \frac{8 + \sqrt{8^2 + 2 \cdot 10 \cdot 15}}{10} = 2,7 \text{ с}$$

6. (10 км/ч;0). Решение. Возможны два подхода к выбору подвижной системы:

1) подход, предложенный в указании – подвижная система движется **поступательно**. Пусть медленный велосипедист находится в точке  $A$ , быстрый в точке  $B$ . Введем систему отсчета, которая движется со скоростью  $\vec{u}$ , направленной так, как скорость велосипедиста в точке  $A$ . В этой системе медленный велосипедист в данный момент неподвижен, а быстрый в соответствии с теоремой сложения скоростей движется с относительной скоростью

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v} - \vec{u}$$



PrЭлкин7

Искомая скорость удаления  $v_{\text{уд}}$  равна проекции относительной скорости  $\vec{v}_{\text{отн}}$  на ось  $x$ , проходящую через точки  $A$  и  $B$ .

$$v_{\text{уд}} = v_{\text{отн}x} = v_x - u_x = v \cos \alpha - u \cos \alpha = (v - u) \cos \alpha \quad (1)$$

Из (1) видно, что наибольшая скорость удаления будет при  $\alpha = 0$ .

$$v_{\text{удmax}} = v - u = 40 - 30 = 10 \text{ км/ч}$$

Минимальная скорость удаления, равная нулю, реализуется при  $\alpha = 90^\circ$ .

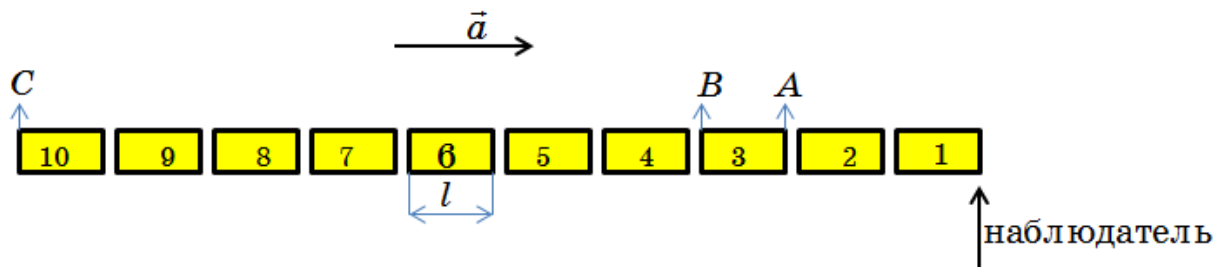
2) При другом подходе можно в качестве подвижной системы выбрать систему, вращающуюся вокруг оси, проходящей через центр окружности с частотой, равной частоте  $\Omega$  вращения медленного велосипедиста. В этой системе отсчета медленный велосипедист все время неподвижен (а не только в единственный момент времени, как в поступательной системе), а быстрый велосипедист равномерно вращается с частотой  $\omega_{\text{отн}} = \omega - \Omega$ , где  $\omega$  - частота вращения быстрого велосипедиста в неподвижной системе отсчета. Модуль относительной скорости быстрого велосипедиста

$$v_{\text{отн}} = R\omega_{\text{отн}} = R(\omega - \Omega) = R\omega - R\Omega = v - u$$

Соответственно для скорости удаления получаем прежнее выражение (1).

7. (5 км). Решение. В системе отсчета, движущейся вместе с водой, мячик неподвижен, а теплоход удаляется от мячика и приближается к нему с одинаковой скоростью. Значит теплоход вернется к мячику через 2 часа после того, как мячик оказался в воде. Мальчик увидел мячик около причала, значит за 2 часа течение унесло мячик на 10 км. Соответственно скорость течения 5 км/ч.

8. (59,7 с). Решение. Пусть длина каждого вагона  $l$ . Тогда расстояние от конца поезда (точка  $C$ ) до наблюдателя равно  $10l$  и искомое время связано длиной поезда и ускорением  $a$  соотношением



PrЭлкин8

$$10l = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{20l}{a}} = \sqrt{20} \cdot \sqrt{\frac{l}{a}} = \sqrt{20} \cdot k, \quad k = \sqrt{\frac{l}{a}}$$

Аналогичные соотношения с использованием той же величины  $k = \sqrt{\frac{l}{a}}$  можно

написать для времен  $t_A$  и  $t_B$ , за которые точки  $A$  и  $B$  доедут до наблюдателя

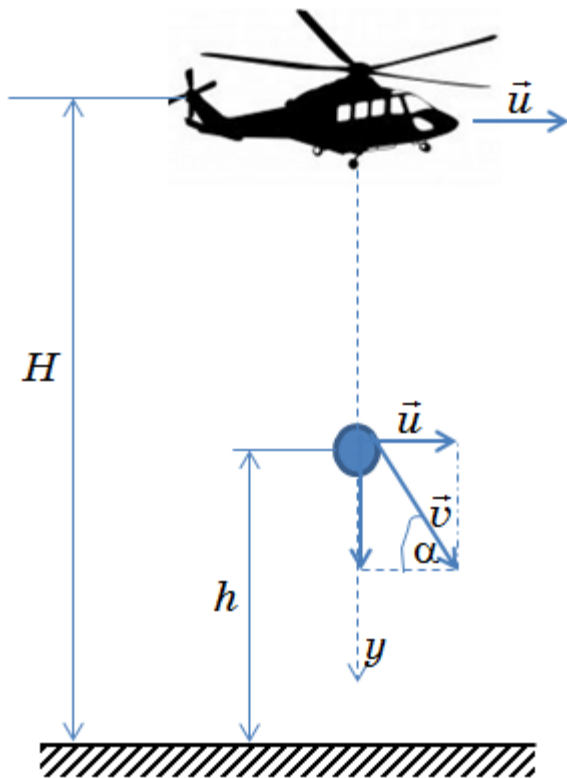
$$t_A = \sqrt{\frac{4l}{a}} = 2 \cdot k, \quad t_B = \sqrt{\frac{6l}{a}} = \sqrt{6} \cdot k$$

Заданный промежуток времени  $\tau$  равен разности времен  $t_A$  и  $t_B$  и это позволяет по нему определить неизвестную величину  $k$  и получить ответ

$$\tau = t_B - t_A = \sqrt{6} \cdot k - 2k \Rightarrow k = \frac{\tau}{\sqrt{6} - 2}$$

$$t = \sqrt{20} \cdot k = \frac{\sqrt{20} \cdot \tau}{\sqrt{6} - 2} = \frac{\sqrt{20} \cdot 6}{\sqrt{6} - 2} = 59,7 \text{ с}$$

9. (31,3 м). Решение. Пилот видит падающий груз все время на одной вертикали с вертолетом.



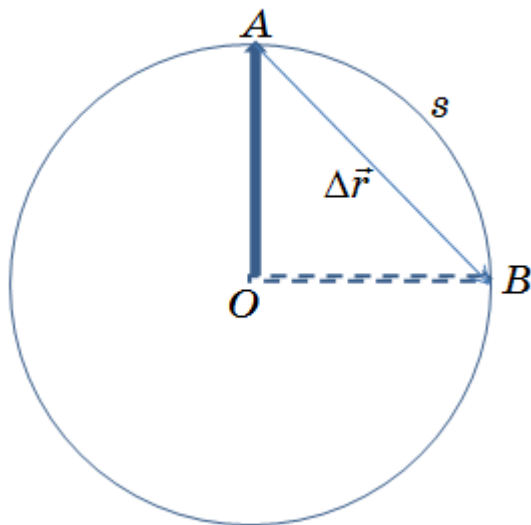
### PrЭлкин9

Т.е. у груза относительно земли имеется горизонтальная компонента скорости, равная скорости вертолета  $u$  и она сохраняется. Вертикальная компонента скорости увеличивается от нулевого значения. На искомой высоте  $h$  вертикальная компонента такова, что результирующая скорость  $\vec{v}$  составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с горизонтом. Найдем по углу вертикальную проекцию скорости груза и по ней искомую высоту

$$v_y = utg\alpha, \quad v_y^2 = 2g(H - h) \Rightarrow h = \frac{2gH - v_y^2}{2g} = \frac{2gH - u^2tg^2\alpha}{2g} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10 \cdot 125 - \left(\frac{90}{3.6}\right)^2 \cdot (tg(60^\circ))^2}{2 \cdot 10} = 31,3 \text{ м}$$

10. (0,19 см/мин; 0,21 см/мин). Решение. Конеч стрелки переместился из точки  $A$  в точку  $B$  за время  $\Delta t = 15$  мин.



По определению вектор средней скорости  $\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ . Соответственно модуль вектора средней скорости равен

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} = 0,19 \text{ см/мин}$$

Путь, пройденный концом стрелки за 15 мин, это длина  $s$  дуги  $AB$ . Средняя путевая скорость

$$u_{\text{ср}} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{2\pi l}{4 \cdot \Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{4 \cdot 15} = 0,21 \text{ м/мин}$$

Ответ: 0,19 см/мин; 0,21 см/мин

## Кинематика часть 2

1. Мимо бензозаправочной станции по прямому шоссе проезжает автобус со скоростью  $V_a = 15$  м/с. Через время  $\tau = 7$  с от станции вдогонку автобусу отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>. Чему равна скорость  $V_m$  мотоциклиста в момент, когда он догонит автобус?

- 1) 19 м/с      2) 29 м/с      3) 39 м/с      4) 49 м/с

1. Указание. Записать уравнения движения (зависимости координат от времени) для автобуса (равномерное движение (1.1.3 (1)) и мотоциклиста (равноускоренное движение ((1.1.3 (2)) и приравнять координаты движущихся тел. Учесть, что мотоциклист до встречи находился в движении меньшее время, чем автобус.

Ответ: (3)

2. Уравнение движения грузовика, движущегося по прямому шоссе,  $x_r(t) = 3 + 80t$ , а уравнение движения такси -  $x_t(t) = 5 + 110t$ . Из этих уравнений можно сделать вывод

- 1) грузовик и такси не встретятся    2) грузовик и такси встретятся  
3) грузовик и такси встретятся два раза    4) из уравнений нельзя сделать однозначный вывод о возможной встрече машин

2. Указание. Можно построить графики, отложив по осям время и координаты машин. Другой способ ответить – сравнить заданные уравнения с уравнениями равномерного движения в общем виде (1.1.3(1)) и увидеть какие скорости и начальные положения у машин.

Ответ: (1)

3. Во время фейерверка одновременно запустили две одинаковые ракеты практически из одной точки. Одна ракета полетела вертикально вверх и достигла высоты  $h_1=80$  м. Другая ракета вылетела под углом к горизонту и достигла максимальной высоты  $h_2=20$  м. Чему равен модуль скорости  $\vec{V}_{\text{отн}}$  первой ракеты относительно второй и куда направлена эта скорость? Ракеты можно рассматривать как материальные точки, сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Указание. Учесть, что ускорение ракет одинаковое и первая ракета относительно второй движется прямолинейно и равномерно. Использовать теорему сложения скоростей (1.1.33) и формулу для максимальной высоты траектории тела, брошенного под углом к горизонту (1.1.25).

Ответ:  $V_{\text{отн}} = v = 40$  м/с, скорость направлена под углом  $60^\circ$  к вертикали вниз.

4. Уравнение движения мотоциклиста, движущегося по прямому шоссе,  $x(t) = 5 - 20t + 2t^2$ . Путь мотоциклиста и проекция его перемещения на ось  $x$  за первые 10 с от начала отсчета времени равны

- 1) путь 100 м, проекция перемещения 0
- 2) путь 200 м, проекция перемещения 0
- 3) путь 100 м, проекция перемещения 100 м
- 4) путь 100 м, проекция перемещения (-100) м

4. Указание. Сделать эскиз графика заданного уравнения движения  $x(t)$  мотоциклиста, нанеся на график характерные точки. Исходя из графика, выбрать правильный вариант ответа. Можно вместо графика координаты построить график скорости как функции времени и выбрать ответ по нему.

Ответ: (1)

5. Вертолет половину полетного времени летел со скоростью  $V_1=150$  км/ч,

вторую половину – со скоростью  $V_2=200$  км/ч. Средняя скорость  $V_{\text{ср}}$  движения вертолета равна

- 1) 171 км/ч   2) 173 км/ч   3) 175 км/ч   4) 177 км/ч

5. Указание. Использовать формулу для средней скорости по определению (1.1.6)

Ответ: (3)

6. Вертолет первую половину пути летел со скоростью  $V_1 = 150$  км/ч, вторую половину – со скоростью  $V_2=200$  км/ч. Средняя скорость  $V_{\text{ср}}$  движения вертолета равна

- 1) 171 км/ч   2) 173 км/ч   3) 175 км/ч   4) 177 км/ч

6. Указание. Использовать формулу для средней скорости по определению (1.1.6)

Ответ: (1)

7. За какое время  $\tau_n$  тело, свободно падающее без начальной скорости, проходит  $n$ -й метр своего пути?

7. Указание. Используя уравнение движения свободно падающего тела (1.1.16), выразить времена полета от верхней точки до начала и конца  $n$ -го метра и взять разность этих времен.

Ответ: 
$$\frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$$

8. Маленький шарик падает на наклонную плоскость и упруго отражается от нее. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . На какое расстояние по



горизонтально переместится шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость  $V$  шарика непосредственно перед первым ударом о плоскость направлена вертикально вниз и равна по модулю 2 м/с.

8. Указание. Использовать уравнение траектории тела, брошенного под углом к горизонту (1.1.23) и уравнение прямой (M14).

Ответ: 0,69 м

9. При полете самолета из Новосибирска в Москву дул боковой ветер и полет занял время  $t_{\perp} = 3,5$  ч. На обратном пути ветер дул с такой же по величине скоростью, но он был попутный и время полета оказалось меньше -

$t_{\square} = 3$  ч. Найти время  $t$  перелета по этому маршруту в безветренную погоду. Модуль скорости  $V$  самолета относительно воздуха остается одним и тем же.

9. Указание. Введите дополнительные величины: расстояние от Новосибирска до Москвы, скорости самолета относительно воздуха и относительно земли, скорость ветра. Считая эти величины известными, найдите искомое время и выразите через них заданные в задаче времена. Из полученной системы уравнений найдите искомое время. Используйте закон сложения скоростей в векторном виде (1.1.33).

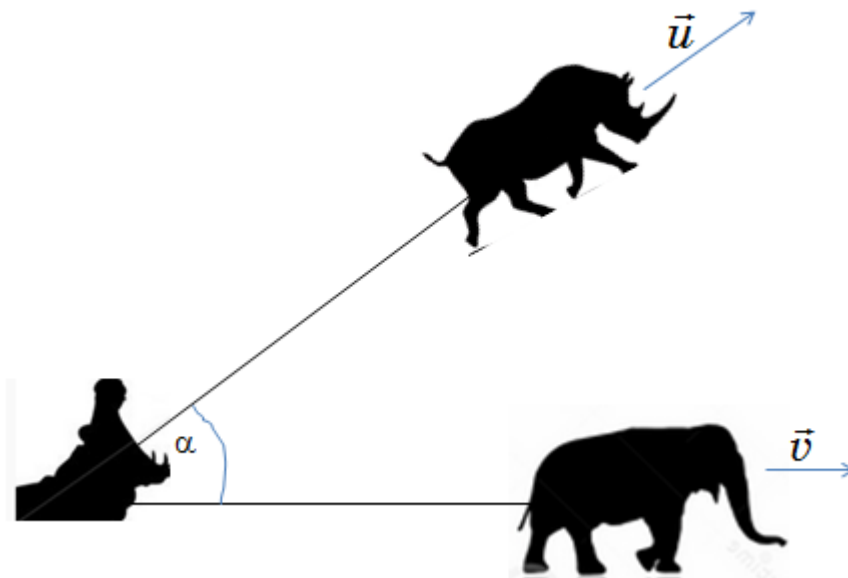
Ответ: 3,46 ч

10. Пассажир считает ступеньки, идя идет вниз по ходу эскалатора. В первый раз он насчитал  $n_1 = 50$  ступенек, во второй раз, когда он шел вдвое быстрее насчитал  $n_2 = 60$  ступенек. Сколько ступенек насчитает пассажир, если будет спускаться по неподвижному эскалатору?

10. Указание. Удобно ввести длину эскалатора и число ступенек на одном метре его длины. Заданные числа ступенек пропорциональны перемещению пассажира относительно эскалатора. В сумме перемещения пассажира и эскалатора равны длине эскалатора, а отношение между этими перемещениями равно отношению скоростей пассажира и эскалатора.

Ответ: 75

11. Слон и носорог тянут веревками бегемота из болота. Угол между веревками  $\alpha = 60^\circ$ . Носорог движется со скоростью  $u = 3,6$  км/ч, слон –  $v = 1,8$  км/ч. С какой скоростью  $\vec{V}$  перемещается бегемот и как направлен вектор его скорости?



11. Указание. Считаем, что веревки нерастяжимы и закреплены на бегемоте независимо друг от друга. Поэтому согласно теореме о проекции (1.1.35), проекция скорости бегемота на направление этой веревки, идущей к носорогу, должна равняться заданной скорости носорога. Аналогично проекция на вторую веревку должна равняться скорости слона.

Ответ: 3,6 км/ч

## Кинематика часть II. Решения задач.

1. (3). Решение. Уравнение движения для автобуса имеет вид  $x_a(t) = v_a \cdot t$ .

Предполагается, что ось  $x$  начинается около бензозаправочной станции и направлена в сторону движения автобуса. Время отсчитывается от момента, когда автобус проезжал мимо заправки. Для мотоциклиста нужно записать уравнение, где координата и время имели бы тот же смысл, но учесть, что первые 4 с мотоциклист не движется. Поэтому уравнение с ускорением

$$x_T(t) = \frac{a(t - \tau)^2}{2} \quad t \geq \tau \text{ описывает его движение только при } t \geq \tau = 4 \text{ с.}$$

Приравнявая координаты автобуса и мотоциклиста, находим уравнение для времени встречи  $t$ .

$$v_a \cdot t = \frac{a(t - \tau)^2}{2}, \quad 15 \cdot t = \frac{3 \cdot (t - 4)^2}{2} \Rightarrow \quad (1)$$

Полученное уравнение (1) квадратное. Его корни

$$t_1 = 9 - \sqrt{65} = 0,94 \text{ с}, \quad t_2 = 9 + \sqrt{65} = 17 \text{ с.}$$

Первый корень меньше 4 с, он не имеет смысла в этой задаче. Встреча произошла в момент времени  $t = t_2 = 17 \text{ с}$ . Мотоциклист к этому моменту был в движении в течение времени  $t_2 - \tau = 17 - 4 = 13 \text{ с}$ . За это время он достиг скорости

$$v_M = a(t_2 - \tau) = 3 \cdot 13,06 = 39 \text{ м/с}$$

2.(2). Решение. Сравним написанные уравнения с заданными числовыми коэффициентами с уравнением равномерного движения в общем виде

$$x(t) = x_0 + v_x t$$

Из сравнения видно, что скорость такси 110 км/ч, а скорость грузовика 80 км/ч и такси движется впереди грузовика. Значит машины не встретятся.

3. (40 м/с; 60° к вертикали вниз). Решение. Запишем выражения для скоростей ракет относительно земли в векторном виде

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{10} + \vec{g}t, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{20} + \vec{g}t$$

По теореме сложения скоростей («правилу столба») искомая скорость  $\vec{v}_{\text{отн}}$  первой ракеты равна

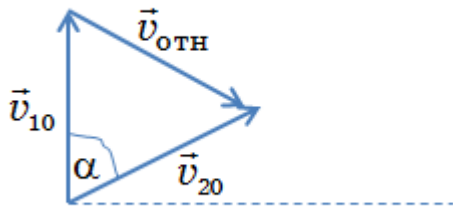
$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{10} + \vec{g}t - \vec{v}_{20} - \vec{g}t = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{10} - \vec{v}_{20} \quad (1)$$

Ракеты одинаковые, значит модули их скоростей равны  $v_1 = v_2 \equiv v$ . Найти модуль  $v$  можно по известной высоте подъема первой ракеты

$$v^2 = 2gh_1 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 80} = 40 \text{ м/с}$$

Чтобы узнать модуль относительной скорости, используя соотношение (1), нужно знать угол  $\alpha$  между начальными скоростями  $\vec{v}_{10}$  и  $\vec{v}_{20}$ . Этот угол можно определить по заданной максимальной высоте  $h_2$  траектории второй ракеты, запущенной под углом к горизонту

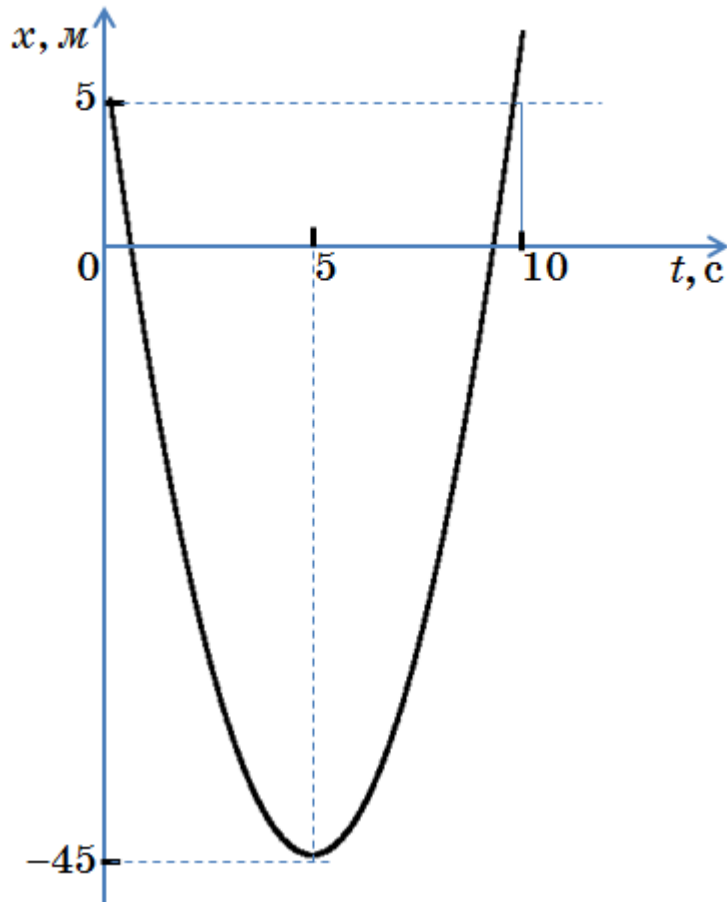
$$h_2 = \frac{v^2}{2g} \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2gh_2}}{v} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20}}{40} = \frac{1}{2} \quad \alpha = 60^\circ$$



Векторный треугольник на рисунке равносторонний, стрелка у вектора  $\vec{v}_{\text{отн}}$  направлена к вектору  $\vec{v}_{20}$  (правило «уколки уменьшаемое»), модуль

$$v_{\text{отн}} = v = 40 \text{ м/с}.$$

4. (1). Решение. Графиком уравнения  $x(t) = 5 - 20t + 2t^2$  служит парабола.



PrЭлкин11

Видим, что за первые 5 с мотоцикл, имея отрицательную проекцию скорости переместился из точки с координатой (+5) м в точку с координатой ( -45) м, т.е. прошел путь 50 м. Скорость в момент времени  $t=0$  обращается в ноль. За следующие 5 с, когда проекция скорости положительна, мотоциклист возвращается в начальную точку, пройдя еще 50 м. В итоге перемещение мотоциклиста оказывается нулевым, а путь равным 100 м.

5. (3). Решение. Средняя скорость по определению равна отношению всего пройденного пути ко времени  $t$  всего полета  $v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} t$ .

В нашем случае

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{150 + 200}{2} = 175 \text{ км/ч}$$

Ответ: (3)

6.(1). Решение. Получим уравнения, связывающие времена  $t_1, t_2$  прохождения первой и второй половинок пути с длиной пути  $s$  и заданными в условии скоростями  $v_1, v_2$ .

$$t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{v_1} = \frac{s}{2v_1}, \quad t_2 = \frac{s}{2v_2}$$

Общее время полета равно сумме времен

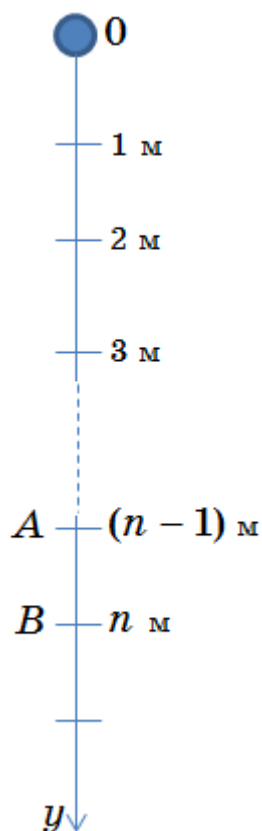
$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s}{2} \left( \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} \right)$$

Разделив весь путь  $s$  на полное время полета  $t$ , найдем среднюю скорость вертолета

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 200}{150 + 200} = 171 \text{ км}$$

Ответ: (1)

7.  $\left( \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}} \right)$ . Решение.



Искомое время  $\tau_n$  - это время полета тела от точки  $A$  до точки  $B$ . Расстояние  $y_A$  от начальной точки до точки  $A$  равно  $y_A = l(n - 1)$ ,  $l = 1$  м, до точки  $B$  -  $y_B = ln$ . Времена полета от начальной точки до точек  $A$  и  $B$  определяются уравнением для равноускоренного движения

$$y_A = \frac{gt_A^2}{2} \Rightarrow$$

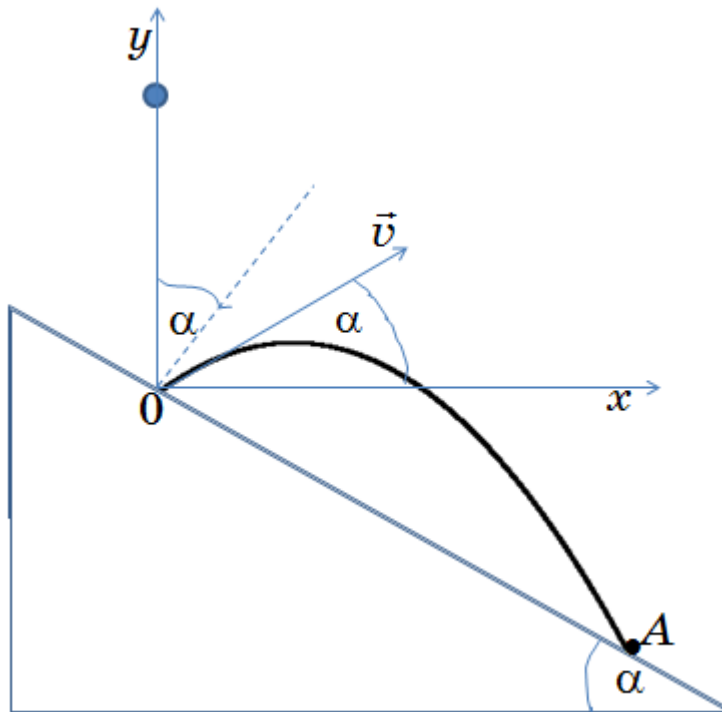
$$t_A = \sqrt{\frac{2y_A}{g}} = \sqrt{\frac{2l(n-1)}{g}}, \quad t_B = \sqrt{\frac{2ln}{g}}$$

Время полета  $n$ -го метра равно разности времен

$$\tau_n = t_B - t_A = \sqrt{\frac{2ln}{g}} - \sqrt{\frac{2l(n-1)}{g}} = \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$

8. (0,69 м). Решение. Шарик упруго отражается от наклонной плоскости. Это значит, что вектор скорости после отражения направлен под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту, а по модулю равен скорости перед ударом.



Траектория полета шарика после отражения парабола, описываемая уравнением

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

Уравнение линии  $OA$  в системе координат  $x, y$

$$y_1 = -\tan \alpha \cdot x \quad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) совместно, находим  $x$  – координату их точки пересечения  $A$



$$y(x) = y_1(x), \quad x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} = -\tan \alpha \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \tan \alpha \cdot v^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha \cdot v^2}{g} = \frac{2 \cdot \sin(2 \cdot 30^\circ) \cdot 2^2}{10} = 0,69 \text{ м}$$

9. (3,46 ч). Решение. Перечислим величины, нужные для составления уравнений задачи.

$S$  – расстояние от Новосибирска до Москвы,  $u$  – модуль скорости ветра,  $v$  – модуль скорости самолета относительно воздуха,  $V_0$ ,  $V_{\square}$ ,  $V_{\perp}$  – модули скорости самолета относительно земли без ветра, с попутным ветром и с боковым. В безветренную погоду скорость  $V_0$  самолета относительно земли и скорость  $v$  самолета относительно воздуха одинаковы. Поэтому искомое время можно записать так

$$t = \frac{S}{V_0} = \frac{S}{v} \quad (1)$$

Заданные в условии времена  $t_{\square}$ ,  $t_{\perp}$  выразим, используя закон сложения скоростей

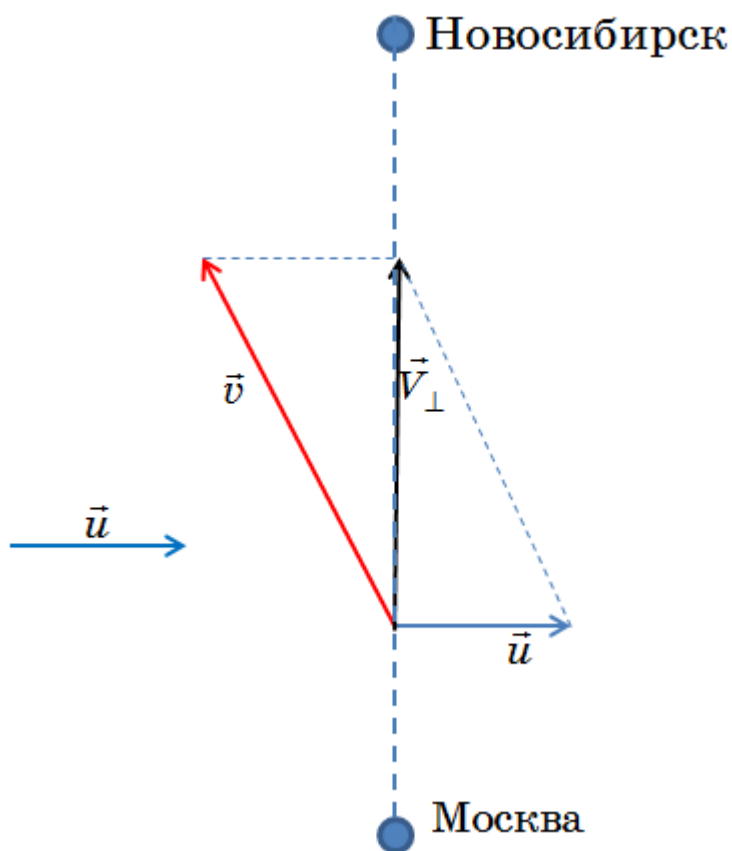
$$\vec{V} = \vec{v} + \vec{u}$$

Это векторное равенство справедливо при любом направлении ветра. Но, конечно, получающийся модуль вектора  $V$  зависит от угла между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{u}$  и это приводит к зависимости времени полета от направления ветра. Выразим заданные времена через скорости  $v$ ,  $u$  и расстояние  $S$ .

$$t_{\square} = \frac{S}{V_{\square}} = \frac{S}{v + u} \quad (2)$$

$$t_{\perp} = \frac{S}{V_{\perp}} = \frac{S}{\sqrt{v^2 - u^2}} \quad (3)$$

Векторное сложение скоростей при боковом ветре, когда результирующая скорость самолета относительно земли равна  $\vec{V}_\perp$ , изображено на рисунке.



РгЭлкин14

Система уравнений (1), (2), (3) позволяет найти искомое время  $t$ . Из уравнения (1) выражаем расстояние  $s = vt$ , подставляем это выражение в (2) и (3) и после сокращений и введения получаем два уравнения для неизвестных  $t$  и  $k = \frac{u}{v}$

$$\begin{cases} t_{\parallel} = \frac{t}{1+k} \\ t_{\perp} = \frac{t}{\sqrt{1-k^2}} \end{cases} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{t_{\parallel} \cdot t_{\perp}^2}{t_{\perp}^2 + t_{\parallel}^2} = 2 \cdot \frac{3 \cdot 3.5^2}{3.5^2 + 3^2} = 3,46 \text{ ч}$$

10. (75). Решение. Обозначим искомое число ступенек  $n$ , а длину эскалатора  $l$ .

На каждый метр эскалатора приходится  $v = \frac{n}{l}$  ступенек. Эскалатор движется со скоростью  $u$ , а пассажир первый раз со скоростью  $v$  относительно эскалатора, второй раз – со скоростью  $2v$ . Каждый раз пассажир перемещается относительно стен метро на расстояние, равное длине эскалатора. Это перемещение в обоих случаях складывается из перемещения эскалатора  $x_{\text{э}}$  и перемещения пассажира относительно эскалатора  $x_{\text{п}}$ :

$$\begin{cases} x_{\text{э}1} + x_{\text{п}1} = l \\ x_{\text{э}2} + x_{\text{п}2} = l \end{cases} \quad (1)$$

Перемещения эскалатора и пассажира пропорциональны скоростям

$$\frac{x_{\text{э}1}}{x_{\text{п}1}} = \frac{u}{v} = k, \quad \frac{x_{\text{э}2}}{x_{\text{п}2}} = \frac{u}{2v} = \frac{k}{2}$$

и это позволяет исключить из системы (1) перемещения эскалатора

$$\begin{cases} x_{\text{п}1}(k+1) = l \\ x_{\text{п}2}\left(\frac{k}{2}+1\right) = l \end{cases} \quad (1')$$

Умножим оба уравнения системы (1') на  $v$  и учтем, что

$$vx_{\text{п}1} = n_1, \quad vx_{\text{п}2} = n_2, \quad vl = n$$

Система (1') примет вид

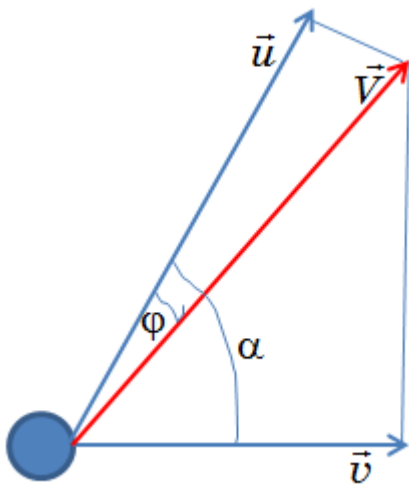
$$\begin{cases} n_1(k+1) = n \\ n_2\left(\frac{k}{2}+1\right) = n \end{cases} \quad (2)$$

Исключая из этой системы величину  $k$ , получим ответ

$$n = \frac{n_1 n_2}{2n_1 - n_2} = \frac{50 \cdot 60}{2 \cdot 50 - 60} = 75$$

Ответ: 75

11. (3,6 км/ч). Решение. Введем в рассмотрение угол  $\varphi$  между скоростями бегемота и носорога и получим соотношения для проекций скоростей.



$$\begin{cases} V \cos \varphi = u \\ V \cos(\alpha - \varphi) = v \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} = \frac{v}{u}$$

$$u \cos \alpha \cos \varphi + u \sin \alpha \sin \varphi = v \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{v}{u} - \cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad V = \frac{u}{\cos \varphi} = u \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{v}{u} - \cos \alpha\right)^2}}{\sin \alpha}$$

По условию

$$\frac{v}{u} = \frac{1,8}{3,6} = \frac{1}{2}, \quad \cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

В этом случае для угла  $\varphi$  и скорости  $V$  получаем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{\sin \alpha} = 0, \quad V = u = 3,6 \text{ км/ч}$$

Т.е. бегемот движется так, как будто слона и его веревки вовсе нет.

1. Механика	
<p>1.1. Кинематика – величины и обозначения.</p> <p>путь <math>s</math>, перемещение <math>\vec{s}</math>, скорость <math>\vec{v}</math>, ускорение <math>\vec{a}</math>, время <math>t</math>. Модуль вектора перемещения и путь обозначаются одной буквой <math>s</math>, но эти величины совпадают только при движении по прямой в одну сторону. В кинематике не рассматриваются масса, сила, импульс, энергия.</p>	
1.1.1	$s$ - путь. Длина траектории, по которой движется тело. Положительная величина, со временем может только возрастать или оставаться постоянным (в отличие от модуля перемещения).
1.1.2	$x(t), y(t), z(t)$ - координаты тела, зависящие от времени $t$ . При движении по прямой используется только одна координата, по плоскости – две координаты, в пространстве – три координаты. Зависимость координаты от времени называют уравнением движения или законом движения.
1.1.3	$1) x(t) = x_0 + v_x t \quad 2) x(t) = x_0 + v_{x0} \cdot t + a_x \frac{t^2}{2} \quad 3) x(t) = x_m \cos \omega t$ <p>Примеры законов движения вдоль одной оси координат <math>x</math>.</p> <p>1) равномерное движение с постоянной проекцией скорости <math>v_x</math>.</p> <p>2) движение с постоянной проекцией ускорения <math>a_x</math></p> <p>3) гармоническое колебательное движение с амплитудой <math>x_m</math> и циклической частотой <math>\omega</math>.</p>
1.1.4	$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) \equiv s_x$ перемещение тела $\Delta t$ . $s_x$ - проекция вектора перемещения на ось $x$ .
1.1.5	$s = l_1 + l_2 + l_3 \dots$ путь равен сумме длин участков траектории $l_1, l_2 \dots$
1.1.6	$v_{x\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ <p>определение проекции средней скорости на ось <math>x</math>. Если движение происходит в одну сторону, то не используют слово «проекция», опускают индекс <math>x</math>, говорят о средней скорости.</p>
1.1.7	$v_x(t) \equiv x'(t)$ - проекция на ось $x$ мгновенной скорости по определению равна производной координаты $x(t)$ по времени. Знак равенства $\equiv$ используется, когда соотношение вводится по определению.
1.1.8	$x(t) = x_0 + v_x t$ зависимость координаты от времени при неизменной проекции скорости $v_x$ . $x_0$ – начальная координата

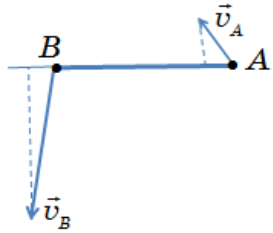
	$a_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ проекция на ось $x$ среднего ускорения по определению
1.1.10	$a_x(t) \equiv v'_x(t) \equiv x''(t)$ проекция мгновенного ускорения на ось $x$ по определению равна производной проекции скорости $v_x(t)$ по времени или второй производной координаты $x(t)$ по времени.
1.1.11	$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$ $v(t) = v_0 + at$ зависимость проекции скорости от времени при постоянной проекции ускорения. Когда знак проекции скорости не изменяется при движении слова «проекции» и индексы опускают. $v_0$ - скорость в начальный момент времени.
1.1.12	$x(t) = x_0 + v_{x0} \cdot t + a_x \frac{t^2}{2}$ зависимость координаты от времени при движении с постоянным ускорением.
1.1.13	<p><math>a) s(t) = \frac{at^2}{2}</math> частный случай движения с постоянным ускорением, когда начальная скорость и начальная координата тела равны нулю и тело разгоняется с ускорением <math>a</math>. <math>s</math> — путь, пройденный за время <math>t</math> и модуль вектора перемещения, совпадающий в этом случае с величиной пути.</p> <p><math>b) v^2(t) = 2as(t)</math> связь скорости и пути в этом случае</p>
1.1.14	<p><math>s_{\text{торм}} = \frac{v_0^2}{2a}</math> тело, имеющее скорость <math>v_0</math> тормозится с ускорением <math>a</math>.</p> <p><math>s_{\text{торм}}</math> - тормозной путь.</p>
1.1.15	<p><math>v_x^2(t) - v_{x0}^2 = 2a_x \cdot \Delta x(t) = 2a_x \cdot s(t)</math> связь проекции начальной скорости и проекции скорости в момент времени <math>t</math> с перемещением <math>s(t) = \Delta x</math> за время <math>t</math>. Если тело движется в одном направлении, можно в этой формуле использовать модули скоростей и ускорения.</p> <p><math>v^2(t) - v_0^2 = \pm 2as(t)</math>. Знак +соответствует увеличению скорости со временем, минус- уменьшению скорости.</p>
1.1.16	<p><math>a) v^2 = v_0^2 + 2g(h_0 - h)</math> тело бросили вертикально вниз со скоростью <math>v_0</math>. Оказавшись на высоте <math>h</math>, оно достигает скорости <math>v</math>. Начальная высота равна <math>h_0</math>.</p> <p><math>b) h(t) = h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}</math> — связь высоты и времени полета в этом случае</p>

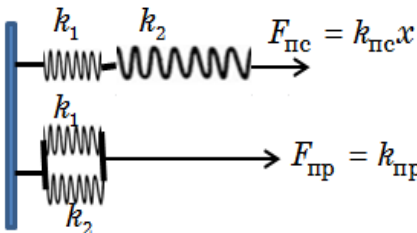
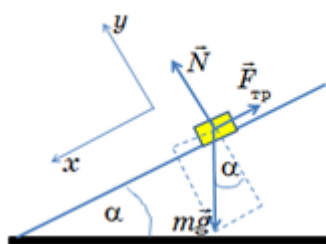
	$c) v(t) = v_0 + gt$ зависимость скорости от времени при падении тела
1.1.17	<p><math>a) v^2 = v_0^2 - 2g(h - h_0)</math> тело бросили вертикально вверх со скоростью <math>v_0</math>. Оказавшись на высоте <math>h</math>, оно имеет скорость <math>v</math>. Начальная высота равна <math>h_0</math>.</p> <p><math>b) h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}</math> связь времени подъема и высоты в этом случае</p> <p><math>c) v(t) = v_0 - gt</math> зависимость скорости от времени</p>
1.1.18	$s_n = \frac{g\tau^2}{2} (2n - 1) = 5 \cdot (2n - 1) \quad (0, 5 \text{ м}, 15 \text{ м}, 25 \text{ м}, 35 \text{ м} \dots)$ <p>тело падает без начальной скорости. <math>s_n</math> - путь за <math>n</math>-ю секунду. <math>\tau = 1 \text{ с}</math></p>
1.1.19	$v_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{н}} + v_{\text{к}}}{2}$ связь средней скорости $v_{\text{ср}}$ с начальной и конечной при движении с постоянным ускорением, если направление движения не изменяется
1.1.20	$\begin{cases} v_x = x'(t), & a_x = v'_x = x''(t) \\ v_y = y'(t), & a_y = v'_y = y''(t) \end{cases}$ <p>Тело движется в плоскости. Положение тела задается двумя координатами <math>x(t), y(t)</math>.</p> <p>Проекции скорости и ускорения выражаются через производные координат по времени.</p> $\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \end{cases}$ <p>зависимость координат от времени при постоянном ускорении</p> $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ <p>описание движения в плоскости при постоянном ускорении <math>\vec{a}</math> с помощью радиуса- вектора <math>\vec{r}(t)</math>, проведенного из начала координат к точке нахождения тела.</p>

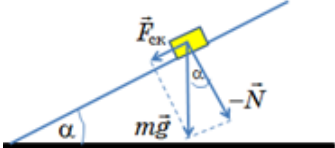


1.1.21	$c) \begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \\ \vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad u_{\text{ср}} = \frac{\text{путь}}{\text{время}} \end{cases}$ <p>описание движения в плоскости при постоянном ускорении <math>\vec{a}</math> с помощью радиуса-вектора <math>\vec{r}(t)</math>, проведенного из начала координат к точке нахождения тела.  <math>\vec{v}_{\text{ср}}</math> - векторная средняя скорость, <math>u_{\text{ср}}</math> - средняя путевая скорость.</p>
1.1.22	$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$ <p>зависимости от времени координат тела, брошенного со скоростью <math>\vec{v}_0</math> под углом <math>\alpha</math> к горизонту. Ось <math>x</math> горизонтальная, <math>y</math> – вертикальная, начало отсчета на земле в точке бросания тела.</p>
1.1.23	$y(x) = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ <p>уравнение траектории (параболы) тела, брошенного со скоростью <math>\vec{v}_0</math> под углом <math>\alpha</math> к горизонту.</p>
1.1.24	$L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ <p>дальность полета тела, брошенного со скоростью <math>\vec{v}_0</math> под углом <math>\alpha</math> к горизонту.</p>
1.1.25	$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha = \frac{L}{4} \operatorname{tg} \alpha$ <p>наибольшая высота траектории при полете тела, брошенного со скоростью <math>\vec{v}_0</math> под углом <math>\alpha</math> к горизонту.</p>
1.1.26	$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ $v_x(t) = v_0 \cos \alpha$ $v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$ <p>зависимость от времени вектора <math>\vec{v}(t)</math> скорости и его проекций при движении тела, брошенного под углом <math>\alpha</math> к горизонту со скоростью <math>\vec{v}_0</math>.</p>

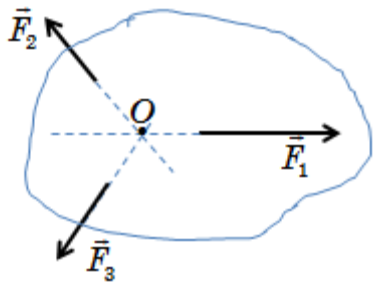
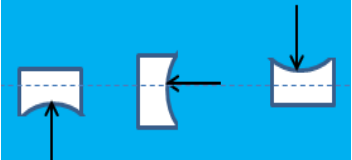
1.1.27	$\tau = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha$ <p>время полета тела, брошенного под углом <math>\alpha</math> к горизонту со скоростью <math>\vec{v}_0</math>.</p>
1.1.28	$\omega \equiv \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ <p>угловая скорость <math>\omega</math> тела, движущегося по окружности.  <math>\Delta\varphi</math> – дуга в радианах, которую проходит тело за промежуток времени <math>\Delta t</math>.</p>
1.1.29	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ <p>связь угловой скорости <math>\omega</math> с периодом обращения <math>T</math> и частотой вращения <math>\nu</math></p>
1.1.30	$v_{\text{лин}} = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$ <p>связь линейной скорости тела <math>v_{\text{лин}}</math> с угловой скоростью <math>\omega</math> (или периодом <math>T</math>) и радиусом окружности <math>R</math>, по которой движется тело.</p>
1.1.31	$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega$ <p>кинематическая формула для центростремительного ускорения <math>a_{\text{ц}}</math> тела, движущегося по дуге окружности радиуса <math>R</math> со скоростью <math>v</math>. Формула одинаковая для спутника, камня на веревке, электрона в магнитном поле .....</p>
1.1.32	$a_{\text{т}} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t}$ <p>модуль тангенциальное ускорения <math>a_{\text{т}}</math> по определению.  <math>\Delta v</math> – изменение скорости тела, движущегося по окружности за время <math>\Delta t</math>. При равномерном движении по окружности тангенциальное ускорение отсутствует.</p>
1.1.33	$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$ <p>– закон сложения скоростей в классической механике. <math>\vec{v}_{\text{абс}}</math> – скорость тела относительно системы отсчета, принятой за неподвижную, <math>\vec{v}_{\text{отн}}</math> – скорость тела относительно подвижной системы отсчета, <math>\vec{v}_{\text{пер}}</math> – переносная скорость, т.е. скорость подвижной системы относительно неподвижной.          Пример. Паровоз проезжает мимо придорожного столба со скоростью <math>\vec{v}_{\text{п}}</math>. Машинист паровоза видит, что столб движется назад со скоростью <math>(-\vec{v}_{\text{п}})</math> (предметы в кабине он считает неподвижными). Грузовик, едущий со скоростью <math>\vec{v}_{\text{г}}</math>, для машиниста паровоза выглядит, как</p>

	<p>едущий со скоростью <math>\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_r - \vec{v}_{\text{п}} = \vec{v}_r + (-\vec{v}_{\text{п}})</math>. Т.е. и грузовику машинист «приписал», т.е. добавил вектор <math>(-\vec{v}_{\text{п}})</math> как столбу. Будем называть такое мнемоническое правило отыскания скорости относительно подвижной системы «правилом столба».</p>	
1.1.34	<p><math>\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}}</math> сложение ускорений в случае, когда подвижная система движется поступательно. Если подвижная система вращается, то связь ускорений более сложная. В таком виде она применима для вращающейся системы в частном случае, когда <math>\vec{v}_{\text{отн}} = 0</math>.</p>	
1.1.35	<p>Проекции скоростей двух произвольных точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. (Теорема о проекции Грасгофа)</p>	
1.2 Динамика		
1.2.1	<p><math>\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}</math> ускорения (модули) взаимодействующих тел обратно пропорциональны их массам .</p>	
1.2.2	<p><math>\vec{F} = m\vec{a}</math> 2-ой закон Ньютона, определение силы, действующей на тело, движущееся с ускорением.</p>	
1.2.3	<p><math>m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_n = \vec{F}_p</math> Если на тело действуют несколько сил, то ускорение определяется их векторной суммой, называемой равнодействующей силой <math>\vec{F}_p</math>.</p>	
1.2.4	<p><math>\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}</math> 3-й закон Ньютона. Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению. Согласно Ньютону такой характер взаимодействия имеет место в любой момент времени.</p>	
1.2.5	<p><math>\rho \equiv \frac{m}{V}</math> плотность <math>\rho</math> вещества по определению. <math>m</math> – масса тела, <math>V</math> – объем тела.</p>	
	<p><math>F_{\text{упр}} = -kx</math> закон Гука. Сила упругости <math>F_{\text{упр}}</math> пропорциональна величине деформации <math>x</math>. Коэффициент <math>k</math>, называемый жесткостью, зависит от материала тела и его размеров. Для длинного стержня</p>	

1.2.6	<p>приближенно жесткость пропорциональна площади сечения и обратно пропорциональна длине <math>k \propto \frac{S}{l}</math> (<math>\propto</math> – знак пропорциональности)</p>	
1.2.7	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Жесткость комбинированной пружины выражается через жесткости отдельных пружин</p> <p><math>k_{пр} = k_1 + k_2</math> при «параллельном» соединении пружин</p> <p><math>\frac{1}{k_{пс}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_{пс} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}</math> при «последовательном»</p> </div> </div>	
1.2.8	<p><math>p \equiv \frac{N}{S}</math> давление <math>p</math> при контактном взаимодействии двух тел. <math>N</math> – сила, с которой тела действуют друг на друга, <math>S</math> – площадь поверхности контакта.</p>	
1.2.9	<p><math>\vec{N} = m(\vec{g} - \vec{a})</math> <math>N</math> – сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес (вес тела) в лифте, движущемся с ускорением <math>\vec{a}</math></p>	
1.2.10	<p><math>F_{тр.ск} = \mu N</math> связь силы трения скольжения <math>F_{тр.ск}</math> и силы нормального давления <math>N</math>. Коэффициент трения <math>\mu</math> не зависит от скорости скользящего тела.</p>	
1.2.11	<p><math>F_{тр.покоя} \leq \mu N</math> сила трения покоя <math>F_{тр.покоя}</math> может быть любой в интервале от нуля до трения скольжения <math>\mu N</math>. В этих пределах сила трения покоя подстраивается под внешние силы, стараясь препятствовать скольжению.</p>	
1.2.12	<p>на тело, помещенное без толчка на наклонную плоскость, действуют три силы: сила тяжести <math>m\vec{g}</math>, нормальная реакция плоскости <math>\vec{N}</math> и сила трения <math>\vec{F}_{тр}</math>.</p> <p>Проекции сил оси <math>x, y</math></p>	

	$(mg)_x = mg \sin \alpha \quad (mg)_y = -mg \cos \alpha$ $F_{\text{тр}x} \leq \mu mg \cos \alpha$	
1.2.13	<p>в некоторых случаях удобно представить силу тяжести в виде двух составляющих.</p> $m\vec{g} = \vec{F}_{\text{ск}} + (-\vec{N}) \quad F_{\text{ск}} = mg \sin \alpha$ $N = mg \cos \alpha$ <p><math>\vec{F}_{\text{ск}}</math> – скатывающая сила, параллельная наклонной плоскости, <math>(-\vec{N})</math> – сила нормального давления тела на плоскость</p>	
1.2.14	$F_{\text{тр}} \leq \mu mg \cos \alpha$ сила трения на наклонной плоскости	
1.2.15	если коэффициент трения $\mu > \text{tg} \alpha$ тело, помещенное на наклонную плоскость, не скользит вниз	
1.2.16	$a = g \sin \alpha$ ускорение тела, скатывающегося вниз по гладкой наклонной плоскости с углом при основании $\alpha$	
1.2.17	$F_{\uparrow} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$ сила $F_{\uparrow}$ , которую надо приложить вдоль наклонной плоскости, чтобы перемещать тело равномерно вверх по плоскости.	
1.2.18	$F_{\text{Н}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ закон всемирного тяготения Ньютона. Два точечных тела (или два шара) притягиваются друг к другу с силой $F_{\text{Н}}$ , пропорциональной массам тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния $R$ между центрами тел. Коэффициент пропорциональности $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ называется гравитационная постоянная	
1.2.19	$g = \frac{F_{\text{Н}}}{m} = G \frac{M}{R^2} = G \frac{4}{3} \pi \rho R$ связь ускорения свободного падения на поверхности планеты $g$ с параметрами планеты массой : $M$ , плотностью $\rho$ , радиусом $R$ .	
1.2.20	$v_1 = \sqrt{Rg}$ первая космическая скорость на планете радиуса $R$ с	

	<p>ускорением свободного падения на поверхности <math>g</math> .</p> <p>Для Земли <math>v_{1\text{Земли}} \approx 8 \text{ км/с}</math> .</p>
1.2.21	<p><math>v_2 = \sqrt{2Rg}</math> вторая космическая скорость. Для Земли <math>v_{2\text{Земли}} \approx 11,2 \text{ км/с}</math></p>
1.2.22	<p><math>\vec{F}_{\text{и}} = -m\vec{a}</math>    <math>m\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{F}_{\text{р}} + \vec{F}_{\text{и}}</math> Если система отсчета движется с ускорением <math>\vec{a}</math> по отношению к инерциальной системе отсчета, то такая система является неинерциальной (например, поезд, идущий с ускорением). Чтобы описывать движение относительно такой системы с помощью 2-го закона Ньютона, нужно считать, что на тело, кроме «обычной» равнодействующей силы <math>\vec{F}_{\text{р}}</math>, действует дополнительная сила инерции <math>\vec{F}_{\text{и}}</math>.</p>
1.3 Статика	
1.3.1	<p><math>\vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_{\text{р}}</math> сумма сил, действующих на тело, называется равнодействующей силой <math>\vec{F}_{\text{р}}</math>. Если тело точечное, то под действием равнодействующей тело движется поступательно так, как под действием суммы сил. В случае тела конечных размеров кроме поступательного движения возможно вращательное. Чтобы обеспечить правильное движение, включая вращательное, равнодействующая должна быть приложена в определенной точке протяженного тела. Равнодействующая существует не для любой системы сил. Пара сил, т.е. две силы <math>\vec{F}_1</math> и <math>\vec{F}_2 = -\vec{F}_1</math>, приложенные в разных точках тела, нельзя заменить одной, так, чтобы воздействие на тело не изменилось.</p>
1.3.2	<p><math>\vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_{\text{р}} = \mathbf{0}</math> условие равновесия материальной точки</p>
1.3.3	<p><math>M \equiv F \cdot l</math> момент <math>M</math> силы <math>F</math> относительно оси равен по определению произведению модуля силы на расстояние <math>l</math> от оси до линии действия силы. (<math>l</math> – плечо силы). Если сила вращает против часовой стрелки, ее момент считают положительным, по часовой стрелке – отрицательным.</p>
1.3.4	<p>а) <math>\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_n = \mathbf{0}</math>  б) <math>M_1 + M_2 + \dots M_n = 0</math> условия равновесия тела конечных размеров.</p> <p>Условие а) обеспечивает отсутствие поступательного движения, условие б) – вращательного. Предполагается, что все векторы сил лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Если ось</p>

	закреплена, то условие <b>a)</b> выполнено автоматически за счет сил, приложенных к оси.	
1.3.5	$x_{\text{цт}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 \dots + m_n}$ координата центра тяжести (ЦТ) системы материальных точек массами $m_1, m_2, \dots, m_n$ . $x_1, x_2, \dots, x_n$ – координаты точек. В ЦТ приложена равнодействующая всех сил тяжести, действующих на отдельные частицы системы. Формула применима и для ЦТ системы шаров.	
1.3.6		Если твердое тело конечных размеров находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке. (Теорема о трех силах).
1.3.7	$p = \frac{F}{S}$ определение давления жидкости $p$ : отношение силы $F$ (силы давления), действующей на поверхность со стороны жидкости к площади $S$ этой поверхности. Закон Паскаля: давление, производимое на покоящуюся жидкость или газ, передается в любую точку жидкости одинаково по всем направлениям. То есть, если в данной точке жидкости вращать манометр, измеряя давление в разных направлениях, показания прибора будут одинаковые.	
		
1.3.8	$p = \rho g h$ давление $p$ столба жидкости под действием силы тяжести. $\rho$ – плотность жидкости, $h$ – высота столба.	
1.3.9	$F_A = \rho g V$ Закон Архимеда. На тело, погружённое в жидкость, действует выталкивающая сила $F_A$ (сила Архимеда), равная весу жидкости объема, равного объему погруженной в жидкость части тела. $\rho$ – плотность жидкости, $V$ – объем погруженной части тела, $g$ – ускорение свободного падения. Закон применим и к газам.	

1.3.10	<p>1) <math>F_A &gt; mg</math>    2) <math>F_A = mg</math>    3) <math>F_A &lt; mg</math> Условия плавания тел. <math>F_A</math> – сила Архимеда при полном погружении тела в жидкость. 1) Тело плавает, частично погрузившись в жидкость. 2) Тело в безразличном равновесии на любой глубине. 3) Тело тонет.</p>
1.3.11	<p><math>P = mg - F_A = (\rho_{\text{тела}} - \rho_{\text{ж}})Vg</math> вес тела <math>P</math> массой <math>m</math> при погружении его в жидкость плотности <math>\rho_{\text{ж}} &lt; \rho_{\text{тела}}</math>. Объем погруженной части тела <math>V</math>.</p>
1.3.12	<p><math>\Delta V = vS\Delta t</math>, <math>\Delta m = \rho vS\Delta t</math> Жидкость(или газ) плотности <math>\rho</math> со скоростью <math>v</math> течет по трубе сечением <math>S</math>. За время <math>\Delta t</math> из трубы вытечет объем жидкости <math>\Delta V</math> массой <math>\Delta m</math>.</p>
1.3.13	<p><math>v^2 = 2gh</math> Жидкость находится в тонкостенном сосуде. На глубине <math>h</math> от поверхности имеется небольшое отверстие. Жидкость вытекает из него со скоростью <math>v</math>, такой же, как у тела, падающего с высоты <math>h</math>. (Формула Торичелли).</p>
1.4 Законы сохранения	
1.4.1	<p><math>\vec{p} \equiv m\vec{v}</math> определение импульса тела <math>\vec{p}</math>: вектор, модуль которого равен произведению массы тела на модуль скорости, а направление совпадает с направлением вектора скорости.</p>
1.4.2	<p><math>\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t</math> второй закон Ньютона в импульсной форме. Изменение импульса тела <math>\Delta\vec{p}</math> равно импульсу приложенной силы <math>\vec{F}</math>. Импульсом силы называется произведение <math>\vec{F} \cdot \Delta t</math>. При неизменной массе тела такая форма закона совпадает с использованной ранее <math>m\vec{a} = \vec{F}</math>.</p>
1.4.3	<p><math>\vec{P}_{\text{пол}} \equiv \sum \vec{p}_i \equiv \sum m_i \vec{v}_i</math> полным импульсом <math>\vec{P}_{\text{пол}}</math> системы частиц называется вектор, равный сумме импульсов отдельных частиц.</p>
1.4.4	<p><math>\Delta\vec{P}_{\text{пол}} = \vec{F}_{\text{внш}}\Delta t</math> изменение полного импульса системы тел <math>\Delta\vec{P}_{\text{пол}}</math> за время <math>\Delta t</math> определяется импульсом только внешних сил <math>\vec{F}_{\text{внш}}</math>. Если внешних сил нет, то полный импульс системы тел не изменяется со временем</p> $\vec{P}_{\text{пол}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots m_n\vec{v}_n = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 + \dots m_n\vec{v}'_n$
1.4.5	<p><math>x_{\text{цм}} \equiv \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}</math> определение координаты <math>x_{\text{цм}}</math> центра масс (ЦМ). <math>x_1, x_2, \dots, x_n</math> – координаты отдельных точечных тел (или шаров). Центр тяжести системы находится в этой же</p>



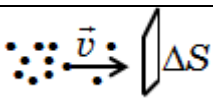
	точке.
1.4.6	$V_{\text{цм}x} \equiv \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \dots + m_n v_{nx}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{P_{\text{пол}x}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ <p><math>V_{\text{цм}x}</math> – проекция скорости центра масс. <math>v_{1x}, v_{2x} \dots v_{nx}</math> – проекции скоростей отдельных частиц массами <math>m_1, m_2 \dots m_n</math>.</p> <p><math>P_{\text{пол}x}</math> – проекция полного импульса системы. Если проекция внешней силы на ось <math>x</math> равна нулю, проекция скорости ЦМ <math>V_{\text{цм}x}</math> не изменяется. В частности, если при отсутствии проекции внешней силы на ось <math>x</math> оси ЦМ в начальный момент покоился, то он остается неподвижным все время.</p>
1.4.7	<p><math>A \equiv F s \cos \alpha = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot \Delta t</math> механическая работа <math>A</math>, производимая постоянной силой <math>\vec{F}</math> над материальной точкой при ее перемещении <math>\vec{s}</math> по определению. <math>\alpha</math> - угол между вектором силы и вектором перемещения, <math>\vec{v}</math> - скорость точки. Полная работа <math>A_{\text{пол}}</math> над системой материальных точек по определению равна сумме работ над отдельными точками <math>A_{\text{пол}} \equiv \sum_i A_i</math>.</p>
1.4.8	<p><math>N \equiv \frac{A}{\Delta t}</math> мощность <math>N</math> силы по определению - отношение работы силы к интервалу времени <math>\Delta t</math>, за которое эта работа была произведена.</p>
1.4.9	<p><math>N = \vec{F} \cdot \vec{v}</math> сила <math>\vec{F}</math>, действующая на тело в направлении вектора скорости <math>\vec{v}</math>, развивает мощность <math>N</math>.</p>
1.4.10	<p><math>E_{\text{кин}} \equiv \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{p^2}{2m}</math> кинетическая энергия <math>E_{\text{кин}}</math> тела массой <math>m</math>, движущегося со скоростью <math>\vec{v}</math> по определению. <math>p = mv</math> – модуль импульса тела. Формула для кинетической энергии применима при поступательном движении тела, когда скорость у всех частиц тела одинаковая. Для нескольких поступательно движущихся тел общая кинетическая энергия равна сумме энергий отдельных тел</p> $E = \sum \frac{mv^2}{2}$
1.4.11	<p><math>E_{\text{кин}1} - E_{\text{кин}0} = \sum_i A_i</math> Изменение кинетической энергии системы</p>

	равно работе всех внутренних и внешних сил, действующих на тела системы. Теорема об изменении кинетической энергии.
1.4.12	$v'_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1x} + 2m_2v_{2x}}{m_1 + m_2} \quad v'_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2x} + 2m_1v_{1x}}{m_1 + m_2}$ <p>Упругое центральное столкновение двух шаров массами <math>m_1, m_2</math>.  <math>v_{1x}, v_{2x}</math> – проекции скоростей шаров до столкновения,  <math>v'_{1x}, v'_{2x}</math> – проекции после столкновения. Если массы шаров одинаковые, шары «обмениваются» скоростями  <math>v'_{1x} = v_{2x}, v'_{2x} = v_{1x}</math> при <math>m_1 = m_2</math></p>
1.4.13	$u'_{1x} = -u_{1x}, \quad u'_{2x} = -u_{2x}$ <p>Описание упругого центрального столкновения двух шаров массами <math>m_1, m_2</math> в системе отсчета, где ЦМ покоится. <math>u_{1x}, u_{2x}</math> – проекции скоростей до удара, <math>u'_{1x}, u'_{2x}</math> – проекции скоростей после удара. В этой системе отсчета проекции скоростей частиц после удара изменяют знак, не изменяясь по модулю.</p>
1.4.14	$E_{\text{упр}} = \frac{kx^2}{2}$ <p>потенциальная энергия <math>E_{\text{упр}}</math> упруго деформированного тела. <math>k</math> – жесткость, <math>x</math> – величина деформации. Чаще всего используется в задачах с пружинами, резиновым шнурами..</p>
1.4.15	$E_{\text{п}} = mgh = A$ <p>потенциальная энергия <math>E_{\text{п}}</math> тела, поднятого над Землей на высоту <math>h</math>. Эта энергия равна работ <math>A</math>, совершаемой силой тяжести при падении тела с высоты <math>h</math>.</p>
1.4.16	<p>Сохранение полной механической энергии при падении тела с высоты <math>h</math> с начальной скоростью <math>v_{\text{вверху}}</math>.</p> $E_{\text{к внизу}} = E_{\text{полн.вверху}} \quad \frac{mv_{\text{внизу}}^2}{2} = \frac{mv_{\text{вверху}}^2}{2} + mgh$
1.4.17	$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$ <p>шарик, подвешенный на нитке длиной <math>l</math>, имеет скорость <math>v</math>, когда проходит положение равновесия после отклонения на угол <math>\alpha</math>.</p>
	$E_{\text{Г}} = - G \frac{mM}{R}$ <p>гравитационная потенциальная энергия</p>

1.4.18	взаимодействия двух точечных или сферически симметричных тел. $R$ - расстояние между центрами. За нулевой уровень энергии принята энергия, соответствующая бесконечно большому расстоянию между телами.
1.4.19	$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{внш}} + A_{\text{тр}}$ $\Delta E_{\text{мех}}$ закон сохранения и изменения механической энергии системы тел. Изменение механической энергии системы равно работе внешних сил и сил трения (любых – внешних и внутренних).
1.4.20	$\eta_{\text{пл}} \equiv \frac{\Delta E_{\text{пот}}}{A_{\text{под}}} 100\%$ определения КПД $\eta_{\text{пл}}$ наклонной плоскости. $\Delta E_{\text{пот}}$ – прирост потенциальной энергии при подъеме тела по наклонной плоскости, $A_{\text{под}}$ – затраченная на подъем работа.
1.5 Механические колебания и волны	
1.5.1	$ma = -kx \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0 \quad x'' + \omega^2 x = 0 \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$ <p>2-й закон Ньютона для пружинного маятника. Уравнение описывает гармонические колебания координаты</p> $x(t) = x_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = x_m \cdot \sin(2\pi \nu t + \varphi_0) = x_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$ <p><math>x(t)</math> – изменение со временем координаты тела при гармонических колебаниях. <math>x_m</math> – амплитуда колебаний, <math>\nu</math> – частота колебаний,</p> $T = \frac{1}{\nu}$ <p>– период колебаний-наименьший промежуток времени, через который состояние повторяется, <math>\omega = 2\pi\nu</math> – циклическая частота, <math>\varphi_0</math> – начальная фаза колебаний</p>
1.5.2	$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\tau}{N}$ <p>соотношения между периодом колебаний <math>T</math>, частотой <math>\nu</math>, циклической (угловой) частотой <math>\omega</math>, числом <math>N</math> колебаний за время <math>\tau</math>.</p>

1.5.3	$v(t) = x(t)' = \omega \cdot x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = v_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ $v_m = \omega \cdot x_m$ <p><math>v(t)</math> – изменение во времени скорости тела при гармонических колебаниях с циклической частотой <math>\omega</math>. <math>x_m</math> – амплитуда координаты, <math>v_m</math> – амплитуда колебаний скорости, <math>\varphi_0</math> – начальная фаза колебаний.</p>
1.5.4	$a(t) = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 x_m \sin(\omega t + \varphi_0) = -a_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ $a_m = \omega^2 x_m = \omega v_m$ <p><math>a(t)</math> – изменение со временем ускорения тела при гармонических колебаниях с циклической <math>\omega</math>. <math>x_m</math> – амплитуда координаты, <math>v_m</math> – амплитуда скорости, <math>a_m</math> – амплитуда колебаний ускорения, <math>\varphi_0</math> – начальная фаза колебаний</p>
1.5.5	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ <p>период <math>T</math> малых колебаний математического маятника длиной <math>l</math>. <math>v, \omega</math> – частота и циклическая частота маятника. Формула Гюйгенса.</p>
1.5.6	$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega = 2\pi v = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ <p>частота <math>v</math>, циклическая частота <math>\omega</math>, период <math>T</math> гармонических колебаний груза массы <math>m</math> на пружине жесткости <math>k</math> (пружинный маятник). С такой частотой изменяются координата, скорость, ускорение груза. Энергия кинетическая и потенциальная изменяются с частотой вдвое больше <math>2v</math>.</p>
1.5.7	$E = \frac{mv(t)^2}{2} + \frac{kx(t)^2}{2} = m\left[\frac{v(t)^2}{2} + \frac{\omega^2 x(t)^2}{2}\right] = const$ <p><math>E</math> – полная энергия пружинного маятника – сумма кинетической энергии и потенциальной упругой энергии. Координата <math>x(t)</math> и скорость <math>v(t)</math> изменяются со временем по гармоническим законам, полная энергия не зависит (не изменяется) со временем. Второе выражение для полной энергии (с частотой) применимо и для малых колебаний математического маятника. Максимальная кинетическая энергия равна максимальной потенциальной энергии <math>\frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}</math></p>

1.5.8	$y(t, x) = y_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = y_m \cos \varphi(t, x) \quad \varphi(t, x) = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x$ <p>Плоская волна амплитуды <math>y_m</math> с периодом колебаний <math>T</math> и длиной волны <math>\lambda</math> движется в положительном направлении оси <math>x</math>. Отклонение от положения равновесия <math>y(t, x)</math> в точке с координатой <math>x</math> в момент времени <math>t</math> описывается уравнением бегущей волны. Фазы колебаний в волне <math>\varphi(t, x)</math> в точках, отстоящих на расстояние <math>\lambda</math> друг от друга в один и тот же момент отличаются на <math>2\pi</math>.</p>
1.5.9	$\lambda v = c$ соотношение между частотой $v$ колебаний в волне, длиной волны $\lambda$ и скоростью волны $c$ . Применимо для звуковых и электромагнитных волн.
1.5.10	$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$ <p>при распространении волны фаза колебаний в один и тот же момент времени в точках, отстоящих на расстояние <math>\Delta x</math> друг от друга, отличается на <math>\Delta\varphi</math> («набег» фазы).</p>
1.5.11	$p(t, x) = 2p_0 \cos\left(\pi \frac{s_2 - s_1}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \delta\right)$ <p>суммарное колебание давления <math>p(t, x)</math> при возбуждении двух когерентных звуковых волн частоты <math>\omega</math> одинаковой амплитуды <math>p_0</math> с разностью хода <math>\Delta s = s_2 - s_1</math></p>
1.5.12	$\Delta s = \frac{\lambda}{2}(2m + 1) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ <p>условие на разность хода <math>\Delta s</math> двух когерентных волн для наблюдения минимума на интерференционной картине</p>
1.5.13	$\Delta s = \lambda m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ <p>условие на разность хода <math>\Delta s</math> двух когерентных волн для наблюдения максимума на интерференционной картине</p>
2. Молекулярная физика. Термодинамика.	
2.1 Молекулярная физика	
	$m = \rho V = \nu M = \frac{N}{N_A} M \quad n = \frac{N}{V} = \rho \frac{N_A}{M} \quad N = \frac{m}{M} N_A$ <p>соотношения между</p>

2.1.1	массой однородного тела $m$ , его объемом $V$ , плотностью $\rho$ , количеством вещества $\nu$ , молярной массой $M$ , числом молекул, составляющих тело $N$ . $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль - число Авагадро, $n$ – концентрация молекул вещества.
2.1.2	$m_0 = \frac{M}{N_A} \quad m = m_0 n V \quad n = \frac{\rho}{m_0} \quad v_1 = \frac{1}{n} \quad a = \sqrt[3]{v_1} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ соотношения между массой одной молекул $m_0$ , средним объемом, приходящимся на одну молекулу $v_1$ , средним расстоянием между молекулам $a$
2.1.3	$\Delta N = n v \Delta S \cdot \Delta t$  поток частиц с одинаковой скоростью $\vec{v}$ и концентрацией $n$ пересекает поверхность площади $\Delta S$ с нормалью, параллельной вектору скорости. За время $\Delta t$ площадку пересечет $\Delta N$ частиц.
2.1.4	$\langle v^2 \rangle \equiv \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} \quad v_{\text{кв}} \equiv \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ имеется большое число $N$ одинаковых молекул с разными скоростями. $\langle v^2 \rangle$ – среднее значение квадрата скорости по определению. $v_{\text{кв}}$ – средняя квадратичная скорость по определению.
2.1.5	$\langle E_{\text{к}} \rangle \equiv \frac{1}{N} (E_{\text{к}1} + E_{\text{к}2} \dots + E_{\text{к}N})$ средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул $\langle E_{\text{к}} \rangle$ по определению.
2.1.6	$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{к}} \rangle$ выражение давления $p$ идеального газа через параметры системы молекул – концентрацию $n$ , массу отдельной молекулы $m_0$ , среднюю квадратичную скорость или среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул $\langle E_{\text{к}} \rangle$ . Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.
2.1.7	$p = \frac{\rho v_{\text{кв}}^2}{3}$ выражение давления $p$ идеального газа через его плотность $\rho$ и среднюю квадратичную скорость поступательного движения молекул $v_{\text{кв}}$ .
2.1.8	$a = \sqrt[3]{\frac{1}{n}}$ оценка среднего расстояния между молекулами.

	$n$ – концентрация молекул.
2.1.9	$p_0 V_0 = p_1 V_1 = \text{const}$ при постоянной температуре (изотермический процесс) произведение давления идеального газа на его объем неизменно. Закон Бойля-Мариотта.
2.1.10	$T \text{ [K]} = t \text{ }^\circ\text{C} + 273,15$ соотношение температуры $T$ в шкале Кельвина (абсолютной температуры) и температуры $t$ в шкале Цельсия. Величина одного градуса в шкале Кельвина (1 К) и в шкале Цельсия одинакова $1 \text{ K} = 1^\circ\text{C}$
2.1.11	$\frac{V}{T} = \text{const}$ при постоянном давлении (изобарный процесс) отношение объема к абсолютной температуре идеального газа неизменно. Закон Гей-Люссака.
2.1.12	$\frac{p}{T} = \text{const}$ в идеальном газе при постоянном объеме (изохорный процесс) отношение давления к абсолютной температуре постоянно. Закон Шарля.
2.1.13	$\frac{pV}{T} = \text{const}$ при неизменной массе идеального газа отношение произведения давления и объема $pV$ к абсолютной температуре $T$ одинаково во всех равновесных состояниях. Уравнение Клапейрона.
2.1.14	$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$ уравнение Менделеева-Клапейрона (УМК). Описывает равновесное состояние идеального газа с учетом возможного изменения массы газа $m$ . $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ – универсальная газовая постоянная, $M \text{ [кг/моль]}$ – молярная масса, $\nu$ – количество вещества (число молей).
2.1.15	$p = \frac{m}{MV} RT = \frac{\rho}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$ связь плотности $\rho$ идеального газа с его давлением $p$ и молярной массой $M$ – следствие УМК.
	$p = \frac{N}{VN_A} RT = knT$ давление $p$ идеального газа пропорционально

2.1.16	концентрации $n$ молекул и абсолютной температуре $T$ . Коэффициент пропорциональности $k \equiv \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется постоянной Больцмана.
2.1.17	$\langle E_k \rangle = \frac{m_0 v_{\text{кв}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$ связь средней кинетической энергии $\langle E_k \rangle$ поступательного движения молекул с абсолютной температурой $T$ .
2.1.18	$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}$ связь средней квадратичной скорости поступательного движения молекул идеального газа с термодинамическими параметрами – абсолютной температурой $T$ , давлением $p$ , объемом $V$ . $m$ – масса газа, $m_0$ – масса одной молекулы газа.
2.1.19	$p = p_1 + p_2 + \dots p_n = (v_1 + v_2 + \dots v_n) \frac{RT}{V}$ В сосуде находится смесь идеальных газов. Закон Дальтона утверждает, что полное наблюдаемое $p$ давление смеси равно сумме давлений отдельных компонент (сумме парциальных давлений).
2.1.20	$\rho_{\text{пара}} = \frac{m_{\text{пара}}}{V}$ абсолютной влажностью воздуха называют плотность $\rho_{\text{пара}}$ водяного пара.
2.1.21	$\varphi \equiv \frac{p}{p_H} 100\%$ относительная влажность воздуха $\varphi$ по определению. $p$ - наблюдаемое давление пара, $p_H$ – давление насыщенного пара при имеющейся температуре.
2.2 Термодинамика	
	$U = \frac{m}{M} N_A \cdot \langle E_k \rangle = \frac{3m}{2M} RT = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} pV$ внутренняя энергия $U$ идеального одноатомного газа это кинетическая энергия его молекул. Она выражается через среднюю кинетическую энергию



2.2.1	$\langle E_k \rangle$ одной молекулы или через термодинамические параметры газа -абсолютную температуру $T$ , давление $p$ , объем $V$ . $\nu$ – количество вещества (число молей газа), $M$ –молярная масса. Для двухатомного газа $U = \frac{5}{2} pV$ , для многоатомного $U = 3pV$
2.2.2	$A_{\text{газа}} = p\Delta V$ $A_{\text{внеш}} = -p\Delta V$ работа газа/системы в термодинамике $A_{\text{газа}}$ определяется давлением $p$ и изменением объема $\Delta V$ при этом давлении. При расширении газа $\Delta V > 0$ , работа газа положительная. Работа внешних сил равна работе газа с обратным знаком $A_{\text{внеш}} = -A_{\text{газа}}$ .
2.2.3	$Q = C\Delta T = cm\Delta T$ количество теплоты $Q$ , необходимое для нагрева на $\Delta T$ определяется теплоемкостью тела $C = cm$ . $m$ –масса тела, $c$ – удельная теплоемкость материала тела.
2.2.4	$Q = c_M \cdot \nu \cdot \Delta T \Rightarrow c_M = \frac{Q}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{M \cdot Q}{m \cdot \Delta T}$ количество теплоты, необходимое для нагрева на 1 К одного моля вещества называется молярной теплоемкостью $c_M$ . Молярная теплоемкость $c_M$ связана с удельной теплоемкостью $c$ соотношением $c_M = M \cdot c$ .
2.2.5	$Q = C\Delta T \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta T}$ теплоемкость $C$ тела (всего тела, а не одного килограмма и не одного моля) - количество теплоты, необходимой для нагрева этого тела на один 1 К.
2.2.6	$\Delta U = A_{\text{внеш}} + Q$ первый закон термодинамики. $\Delta U$ –изменение внутренней энергии системы равно работе внешних сил $A_{\text{внеш}} +$ количество тепла $Q$ , поступившее в систему. Все три величины могут быть как положительные, так и отрицательные. Полученное системой/газом количество теплоты считаем положительным, отданное – отрицательным.
2.2.7	$Q_{\text{отдан}} = Q_{\text{получ}}$ В равновесии температура во всех частях ситемы одинаковая. Если же температура разная, то при переходе к равновесию возникает теплообмен. Одни тела остывают и отдают количество теплоты $Q_{\text{отдан}}$ , другие нагреваются, получая количество теплоты $Q_{\text{получ}}$ . В замкнутой системе эти теплоты равны. (Уравнение теплового баланса.)

2.2.8	$Q = \lambda m \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{m}$ количество теплоты $Q$ , которое необходимо затратить, чтобы расплавить тело с удельной теплотой плавления $\lambda$ массой $m$ .
2.2.9	$Q = rm \Rightarrow r = \frac{Q}{m}$ количество теплоты $Q$ , которое необходимо затратить, чтобы испарить жидкость массой $m$ и удельной теплотой парообразования $r$ .
2.2.10	$c_v = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{3}{2} \frac{R}{M}$ удельная теплоемкость идеального одноатомного газа при изохорном процессе нагрева ( $V = \text{const}$ ). (Для двухатомного газа вместо $\frac{3}{2}$ нужно взять $\frac{5}{2}$ ). $Q_v = \frac{3}{2} \frac{R}{M} m\Delta T = \frac{3}{2} V\Delta p$
2.2.11	$c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{5}{2} \frac{R}{M}$ удельная теплоемкость идеального одноатомного газа при изобарном процессе нагрева ( $p = \text{const}$ ). (Для двухатомного газа вместо $\frac{5}{2}$ нужно взять $\frac{7}{2}$ ). $Q_p = \frac{5}{2} \frac{R}{M} m\Delta T = \frac{5}{2} p\Delta V$
2.2.12	$Q = qm$ количество теплоты $Q$ , которое выделяется при сгорании топлива массой $m$ . $q$ – удельная теплота сгорания, разная у разных веществ.
2.2.13	$\eta \equiv \frac{A}{Q_{\text{получ}}} = \frac{Q_{\text{получ}} - Q_{\text{отдан}}}{Q_{\text{получ}}} = \frac{A}{A + Q_{\text{отдан}}}$ определение КПД $\eta$ теплового двигателя (цикла). $Q_{\text{получ}}$ – полученная двигателем за цикл теплота, $Q_{\text{отдан}}$ – отданная двигателем теплота, $A = Q_{\text{получ}} - Q_{\text{отдан}}$ – совершенная рабочим телом/газом за цикл работа. Пройдя цикл, рабочее тело возвращается в исходное

	состояние с той же внутренней энергией, т.е. $\Delta U = 0$ .
2.2.14	$\eta = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}$ КПД теплового двигателя с циклом Карно. $T_{\text{н}}$ – максимальная температура в цикле (нагреватель), $T_{\text{х}}$ – минимальная температура (холодильник). Для данной пары температур КПД цикла Карно максимальный из возможных.
2.2.15	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kS\Delta T$ Закон теплопередачи Ньютона. При контакте горячего тела с холодным скорость передачи теплоты $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ от горячего тела к холодному пропорциональна разности температур и площади $S$ соприкосновения тел.
2.2.16	$pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$ связь давления идеального одноатомного газа и его объема при адиабатном процессе. (Для двухатомного газа вместо $\frac{5}{3}$ нужно взять $\frac{7}{5}$ ).
3. Электродинамика	
3.1 Электрическое поле	
3.1.1	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ сила взаимодействия $F$ между двумя точечными зарядами $q_1, q_2$ пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Величина $\epsilon_0$ называется электрической постоянной. Эта же формула описывает взаимодействие двух равномерно заряженных шаров, $r$ – расстояние между центрами шаров. Закон Кулона. $\epsilon \geq 1$ – диэлектрическая

	проницаемость среды, в которой находятся заряды
3.1.2	$q_1 + q_2 + \dots + q_n = \text{const}$ в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов сохраняется. Закон сохранения заряда.
3.1.3	$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$ напряженность $\vec{E}$ электрического поля по определению. $\vec{F}$ – сила, действующая на <i>положительный</i> заряд $q$ (кулоновская сила).
3.1.4	$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ частица массой $m$ и зарядом $q$ в электрическом поле напряженности $\vec{E}$ движется с ускорением $\vec{a}$ .
3.1.5	$E_{\text{тз}} = k \frac{Q}{r^2}$ модуль $E_{\text{тз}}$ напряженности электрического поля точечного заряда величиной $Q$ , $r$ – расстояние от заряда до точки наблюдения.
3.1.6	$E_{\text{сф}} = k \frac{Q}{r^2}$ модуль напряженности $E_{\text{сф}}$ электрического поля, созданного равномерно заряженной сферой или шаром с зарядом $Q$ . $r$ – расстояние от центра сферы/шара до точки наблюдения. Формула «работает» только вне сферы/шара для расстояний $r \geq R$ , $R$ – радиус сферы/шара. Внутри сферы напряженность поля равна нулю $E_{\text{сфвнутри}} = 0$ , внутри равномерно заряженного шара напряженность равна нулю только в центре шара.
3.1.7	$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$ Имеется несколько зарядов. Напряженность полного поля $\vec{E}$ равна векторной сумме напряженностей, созданных отдельными зарядами. Каждый заряд создает поле так, как будто других зарядов нет. В этом состоит принцип суперпозиции полей.
3.1.8	$\varepsilon \equiv \frac{E_0}{E}$ заряд, например, заряженный металлический шарик, помещенный в диэлектрик (например, в керосин) создает поле, меньшее, чем он создал бы в вакууме. Отношение напряженности поля заряда в вакууме к напряженности поля этого же заряда в среде, называется диэлектрической проницаемостью среды $\varepsilon$ .
	$\Delta\varphi_{BC} \equiv \frac{A_{BC}}{q}$ $A_{BC} = q\Delta\varphi_{BC} = qU_{BC}$ определение разности

3.1.9	<p>потенциалов <math>\Delta\varphi_{BC}</math> между точками <math>B</math> и <math>C</math>. Отношение работы <math>A_{BC}</math> электрического поля над положительным зарядом <math>q</math> при переходе заряда из точки <math>B</math> в точку <math>C</math> к величине заряда <math>q</math>. Это отношение не зависит от величины заряда. Часто разность потенциалов называют напряжением и обозначают буквой <math>U_{BC} = \Delta\varphi_{BC}</math></p>
3.1.10	<p><math>\varphi_B \equiv \frac{A_{B\infty}}{q}</math> <math>A_{B\infty} = q\varphi_B</math> определение потенциала точки <math>B</math>.</p> <p>Отношение работы <math>A_{B\infty}</math> электрического поля над положительным зарядом <math>q</math> при его перемещении из точки <math>B</math> в бесконечность к величине заряда. Полученное отношение не зависит от величины пробного заряда.</p>
3.1.11	<p><math>\varphi_{ТЗ} = k \frac{Q}{r}</math> потенциал <math>\varphi_{ТЗ}</math> поля точечного заряда <math>Q</math> на расстоянии <math>r</math> от него. Такая же формула для потенциала сферы/шара вне сферы/шара радиуса <math>R</math> при <math>r \geq R</math>. Внутри сферы (не шара) потенциал постоянен и равен потенциалу на поверхности.</p>
3.1.12	<p><math>\Delta\varphi_{BC} = Ed_{BC} = U</math> соотношение между модулем напряженности однородного электрического поля <math>E</math> и напряжением <math>U</math> (синоним разности потенциалов <math>\Delta\varphi_{BC}</math>) между двумя точками <math>B</math> и <math>C</math>, лежащими на одной линии напряженности. Расстояние от точки <math>B</math> до точки <math>C</math> обозначено <math>d_{BC}</math>.</p>
3.1.13	<p><math>C_{\text{пров}} \equiv \frac{q}{\varphi}</math> определение емкости <math>C_{\text{пров}}</math> проводника.</p> <p>Отношение заряда проводника <math>q</math> к его потенциалу <math>\varphi</math>. Это отношение не зависит от заряда.</p>
3.1.14	<p><math>C_{\text{кон}} \equiv \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}</math> <math>U = \frac{q}{C_{\text{кон}}}</math> <math>q = C_{\text{кон}}U</math> определение емкости конденсатора <math>C_{\text{кон}}</math> - отношение модуля заряда на одной из обкладок <math>q</math> к напряжению между обкладками <math>\Delta\varphi = U</math>. Емкость не зависит от величины заряда.</p>
3.1.15	<p><math>C_{\text{пл}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}</math> емкость <math>C_{\text{пл}}</math> плоского конденсатора. <math>S</math> – площадь одной обкладки, <math>d</math> – расстояние между обкладками, <math>\varepsilon</math> – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками.</p>


3.1.16	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ общая емкость $C$ последовательно соединенных конденсаторов емкостями $C_1, C_2 \dots C_n$ .
3.1.17	$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ общая емкость $C$ параллельно соединенных конденсаторов емкостями $C_1, C_2 \dots C_n$ .
3.1.18	$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q U$ энергия $W_{\text{э}}$ , сосредоточенная в заряженном конденсаторе. $C$ – емкость конденсатора, $U$ – напряжение между обкладками, $q$ – модуль заряда обкладки.
3.1.18	$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 V = w V$ энергия $W_{\text{э}}$ электростатического поля, сосредоточенная в объеме $V$ . $w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{\varepsilon}{8\pi k} E^2$ – энергия, локализованная в единице объема (объемная плотность энергии).
3.1.19	$W_2 = k \frac{q_1 q_2}{r}$ энергия взаимодействия двух электрических зарядов $q_1, q_2$ , $r$ – расстояние между зарядами.
3.1.20	$\sigma \equiv \frac{q}{S}$ определение поверхностной плотности заряда $\sigma$ – отношение заряда $q$ , распределенного на поверхности площади $S$ к величине площади.
3.1.21	$E_{\text{кон}} = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$ напряженность поля $E_{\text{кон}}$ внутри плоского, выраженная через напряжение на конденсаторе $U$ или через заряд $q$ на обкладке.
3.1.22	$E_{\text{пл}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}$ напряженность $E_{\text{пл}}$ – электрического поля заряженной плоскости. $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда, $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится заряженная плоскость.
3.2. Законы постоянного тока	

3.2.1	$I \equiv \frac{\Delta q}{\Delta t}$ определение силы тока $I$ – отношение заряда $\Delta q$ , прошедшего через сечение проводника за время $\Delta t$ к величине промежутка времени
3.2.2	$I = q_0 n v S$ выражение силы тока $I$ в проводнике через параметры системы носителей тока – заряд $q_0$ электрона (йона, дырки), концентрацию $n$ , скорость $v$ направленного движения. $S$ – площадь сечение проводника.
3.2.3	$I = \frac{U}{R}$ $U = IR$ закон Ома для участка цепи без ЭДС- сила тока $I$ на участке пропорциональна напряжению $U$ между концами участка. $R$ – сопротивление участка проводника.
3.2.4	$R = \rho \frac{l}{S}$ соотношение между сопротивлением проводника $R$ и его размерами – длиной $l$ и площадью сечения $S$ . $\rho$ - удельное сопротивление, характеристика материала проводника.
3.2.5	$R_{об} = R_1 + R_2 + \dots R_n$ формула для общего сопротивления $R_{об}$ при последовательном соединении $n$ проводников с сопротивлениями $R_1, R_2, \dots R_n$ .
3.2.6	$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$ формула для общего сопротивления $R_{об}$ при параллельном соединении $n$ проводников с сопротивлениями $R_1, R_2, \dots R_n$ .
3.2.7	$I_1 + I_2 + \dots = I'_1 + I'_2 \dots$ в электрической цепи к узлу подходят несколько проводников. По одним проводникам заряд приходит в узел, по другим – выходит. Сохранение заряда налагает условие на токи. Суммарная сила тока $I_1 + I_2 + \dots$ , входящего узел, суммарной равна силе тока $I'_1 + I'_2 \dots$ , выходящего из узла.
3.2.8	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ силы токов в параллельно соединенных проводниках обратно пропорциональны сопротивлениям проводников.
	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ закон Ома для замкнутой цепи с источником ЭДС. Сила

3.2.9	тока $I$ в цепи равна отношению ЭДС источника $\varepsilon$ к сумме внешнего сопротивления $R$ и внутреннего сопротивлением источника $r$ .
3.2.10	$U = \varepsilon \pm Ir$ формула для напряжения $U$ — на концах участка цепи, включающего источник ЭДС $\varepsilon$ (неоднородного участка цепи, например, напряжение на зажимах источника). Знак минус – если источник на этом участке «разряжается», то есть направление тока через него такое, какое было бы, если бы не было других источников ЭДС. Знак +, если источник на участке «заряжается» от другого источника.
3.2.11	$U = \varepsilon \frac{R}{R+r}$ напряжение $U$ на концах участка цепи с ЭДС $\varepsilon$ в наиболее частом случае, когда в цепи один источник (например, напряжение на зажимах подключенной к цепи батареи).
3.2.12	$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N$ $r_{\text{общ}} = r_1 + r_2 + \dots + r_N$ группу из $N$ источников с ЭДС $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$ , внутренние сопротивления которых $r_1, r_2, \dots, r_N$ , при их последовательном соединении (плюс источника соединяется с минусом соседнего источника) можно без изменения тока в цепи заменить одним источником с ЭДС $\varepsilon_{\text{общ}}$ и внутренним сопротивлением $r_{\text{общ}}$
3.2.13	$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_1$ , $r_{\text{общ}} = \frac{r_1}{N}$ группу из $N$ источников с ЭДС $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$ , внутренние сопротивления которых $r_1, r_2, \dots, r_N$ , при их параллельном соединении (плюсы всех источника соединяется в один узел, все минусы источников в другой узел) можно без изменения тока в цепи заменить одним источником с ЭДС $\varepsilon_{\text{общ}}$ и внутренним сопротивлением $r_{\text{общ}}$
3.2.14	$A = IUt$ работа $A$ тока силой $I$ на участке цепи с напряжением $U$ за время $t$ . Эту величину покажет счетчик электроэнергии, если его включить перед участком проводника.
3.2.15	а) $P = IU$ б) $P = I^2 R$ в) $P = \frac{U^2}{R}$ формулы для расчета мощности $P$ тока на участке с сопротивлением $R$ . Сила тока на участке равна $I$ , напряжение на концах $U$ . При известной силе тока



	удобно использовать формулу <i>b)</i> , при известном напряжении – формулу <i>c)</i> . Формула <i>a)</i> более общая, ее можно использовать и в случае неоднородного участка цепи (участок с ЭДС).
3.2.16	$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \quad P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \quad \text{при } R = r$ <p>источник тока с ЭДС <math>\varepsilon</math> и внутренним сопротивлением <math>r</math> включен в цепь с внешним сопротивлением <math>R</math>. Во внешней цепи выделяется мощность <math>P</math>. Если внешнее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника <math>R = r</math>, во внешней цепи выделяется максимальная мощность <math>P_{\max}</math>.</p>
3.2.17	$Q = I^2 R t$ <p>формула/закон Закон Джоуля—Ленца для расчета количества теплоты <math>Q</math>, выделяемого на участке цепи с сопротивлением <math>R</math> за время <math>\Delta t</math> при прохождении тока силой <math>I</math>. Формула применима и в случае неоднородного участка цепи (с ЭДС).</p>
3.2.18	$IU\Delta t = Q + P_{\text{мех}}\Delta t$ <p>баланс энергии на участке цепи, где есть электромотор. Работа тока тратится на тепло <math>Q</math> и на механическую энергию <math>P_{\text{мех}}\Delta t</math>.</p>
3.2.19	$A_{\text{ист}} = q\varepsilon = I\varepsilon\Delta t$ <p>Через источник ЭДС <math>\varepsilon</math> идет ток силой <math>I</math>. В течение времени <math>\Delta t</math> через источник проходит заряд <math>q = I\Delta t</math> и источник (ЭДС) совершает работу <math>A_{\text{ист}}</math>. Если направление тока <math>I</math> такое, что источник «разряжается» (внутри источника ток идет от минуса к плюсу), работа источника положительная, он отдает энергию, равную работе <math>A_{\text{ист}}</math>. Если ток имеет противоположное направление, работа источника отрицательная, он получает это количество энергии.</p>
3.2.20	$I\varepsilon = I^2(R + r) + P_{\text{мех}}$ <p>Источник с ЭДС <math>\varepsilon</math> и внутренним сопротивлением <math>r</math> питает внешнюю цепь с сопротивлением <math>R</math>, в которой есть и электрический двигатель. Мощность источника <math>I\varepsilon</math> тратится на нагрев внешней и внутренней цепи и на механическую мощность <math>P_{\text{мех}}</math>. Закон сохранения энергии в электрической цепи.</p>
3.2.21	$\eta \equiv \frac{P_{\text{внеш}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{U}{\varepsilon}$ <p>Источник с ЭДС <math>\varepsilon</math> питает внешнюю цепь. КПД источника тока <math>\eta</math> по определению равен отношению мощности, выделяющейся во внешней цепи <math>P_{\text{внеш}}</math>, к полной мощности источника</p>

	$P_{\text{полн}}$ . КПД можно выразить как отношение напряжения на зажимах источника $U$ к его ЭДС $\varepsilon$ .	
3.3 Магнитное поле		
3.3.1	$B \equiv \frac{M_{\text{макс}}}{IS}$ модуль вектора магнитной индукции $B$ по определению. $M_{\text{макс}}$ – максимальный вращающий момент, действующий со стороны поля на свободно подвешенную рамку площади $S$ с током $I$ . Направление вектора $\vec{B}$ определяется правилом буравчика. По определению вектор $\vec{B}$ направлен по нормали к рамке, находящейся в равновесном положении, в ту сторону, куда движется буравчик (правый винт) при вращении по направлению тока в рамке.	
3.3.2	$M = IBSS \sin \alpha$ модуль $M$ момента сил, действующих на рамку с током $I$ площади $S$ в однородном магнитном поле индукции $B$ . $\alpha$ – угол между нормалью к плоскости рамки и вектором индукции $\vec{B}$ .	
3.3.3		<p>По прямолинейному проводнику течет ток. Линии магнитной индукции представляют собой окружности в плоскости, перпендикулярной проводу, с проводом в центре. Направление вектора индукции в каждой точке определяется правилом правой руки, или буравчика. Если расположить большой палец правой руки по направлению тока, то направление обхвата проводника четырьмя пальцами покажет направление линий магнитной индукции.</p> <p>Правило буравчика – вращаем буравчик так, чтобы он двигался по направлению тока. Тогда ручка буравчика вращается по направлению линии индукции.</p>
3.3.4		<p>В длинном стержневом магните сильное магнитное поле имеется вблизи концов, в середине магнита поле слабое. Силовые линии выходят из одного конца, называемого северным полюсом и входят в другой конец – южный полюс. При сближении двух намагниченных стержней одноименными полюсами они отталкиваются, при сближении разноименными полюсами – притягиваются.</p>

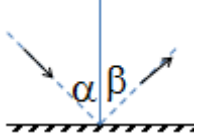
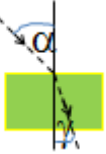
3.3.5	<p><b>a) <math>F_A = BIl \sin \alpha</math></b> На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила Ампера <math>\vec{F}_A</math>. Модуль силы равен произведению модуля индукции <math>B</math>, силы тока <math>I</math>, длины проводника <math>l</math> и синуса угла <math>\alpha</math> между направлением тока и вектора индукции. Направление силы Ампера определяется правилом левой руки (сила Ампера перпендикулярна вектору <math>\vec{B}</math> и направлению тока).</p> <p><b>b) <math>A = I\Delta\Phi</math></b> – работа силы Ампера над контуром с током <math>I</math> при изменении потока через поверхность, ограниченную контуром</p>
3.3.6	<p><b><math>F = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d} l</math></b> По длинному прямолинейному проводу течет ток силой <math>I_1</math>. На расстоянии <math>d</math> от провода параллельно ему расположен проводник длиной <math>l</math> с током силой <math>I_2</math>, текущим в ту же сторону, что и ток в первом проводнике. Проводники притягиваются друг к другу с силой <math>F</math>. <math>\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}</math> Гн/м – магнитная постоянная, <math>\mu</math> – магнитная проницаемость вещества</p>
3.3.7	<p><b><math>F_L = qvB \sin \alpha</math></b> На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца <math>F_L</math>, равная произведению заряда <math>q</math>, скорости <math>v</math> частицы, модуля индукции <math>B</math> и синуса угла <math>\alpha</math> между вектором скорости и вектором индукции. Направление силы Лоренца определяется правилом левой руки (сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости <math>\vec{v}</math> и вектору индукции <math>\vec{B}</math>).</p>
3.3.8	<p><b><math>T = 2\pi \frac{m}{qB}</math> <math>\omega = \frac{qB}{m}</math> <math>R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}</math> <math>h = 2\pi R \cdot \operatorname{ctg} \alpha</math></b> в магнитном поле частица массы <math>m</math> с зарядом <math>q</math> движется по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору индукции, если компонента скорости вдоль поля, равна нулю. Если у частицы имеется такая компонента, то она сохраняется и частица движется по винтовой линии с осью параллельной линии индукции. Параметры движения частицы: <math>T</math> – период вращения, <math>\omega</math> – циклическая частота, <math>R</math> – радиус винтовой линии (или окружности), <math>\alpha</math> – угол между вектором скорости <math>\vec{v}</math> и вектором магнитной индукции <math>\vec{B}</math>, <math>h</math> – шаг винтовой линии с осью вдоль магнитного поля.</p>
3.4 Электромагнитная индукция	

3.4.1	$\Phi \equiv BScos\alpha$ – определение магнитного потока через поверхность. Поток $\Phi$ – скалярная величина, равная произведению индукции поля, площади поверхности и косинуса угла $\alpha$ между вектором индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности.
3.4.2	$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi'$ При изменении магнитного потока $\Phi$ через поверхность, охватываемую контуром, в контуре возникает ЭДС индукции $\varepsilon_i$ . Величина ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока. Знак минус отражает правило Ленца: индукционный ток имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток. Закон электромагнитной индукции Фарадея.
3.4.3	$\varepsilon_i = E \cdot 2\pi R \Rightarrow E = \frac{\varepsilon_i}{2\pi R}$ В замкнутом контуре (проводящем или непроводящем), пронизываемом изменяющимся магнитным потоком, возникает вихревое электрическое поле с силовыми линиями в форме окружностей и модулем напряженности $E$ .
3.4.4	$\Phi \equiv LI$ ток силой $I$ , текущей по замкнутому контуру (одному витку, или по катушке), создает магнитное поле и с ним магнитный поток $\Phi$ , пронизывающий контур. Коэффициент пропорциональности между потоком и силой тока $L$ называется индуктивностью контура, катушки.
3.4.5	$L = \frac{\mu_0\mu N^2 S}{l}$ индуктивность $L$ катушки длиной $l$ , площадью поперечного сечения $S$ и числом витков $N$ . $\mu$ – магнитная проницаемость материала сердечника катушки, $\mu_0$ – магнитная постоянная.
3.4.6	$B = \mu_0\mu \frac{N}{l} I$ В катушке длиной $l$ с числом витков $N$ течет ток силой $I$ . Внутри катушке создается магнитное поле индукции $B$ .
3.4.7	$\varepsilon_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -LI'$ если ток, текущий в катушке индуктивности $L$ , изменяется во времени, то изменяется и создаваемый им магнитный поток, пронизывающий катушку. Возникает ЭДС индукции, называемая в этом случае ЭДС самоиндукции $\varepsilon_{is}$ . Знак минус отражает правило Ленца – ЭДС самоиндукции препятствует изменению

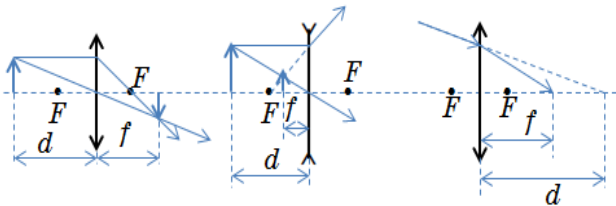
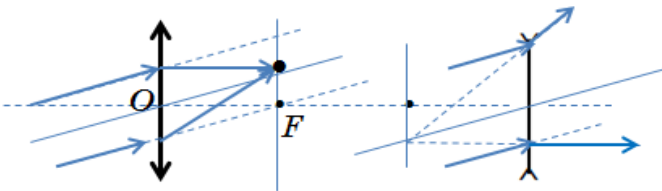
	тока в катушке.
3.4.8	$L_{\text{обпс}} = L_1 + L_2$ две катушки с индуктивностями $L_1, L_2$ , соединенные последовательно, можно без изменения токов в цепи заменить одной катушкой с индуктивностью $L_{\text{обпс}}$ .
3.4.9	$L_{\text{обпр}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ две катушки с индуктивностями $L_1, L_2$ , соединенные параллельно, можно без изменения токов в цепи заменить одной катушкой с индуктивностью $L_{\text{обпр}}$ .
3.4.10	$\varepsilon_i = Blv$ В проводнике длиной $l$ , движущемся в постоянном магнитном поле индукции $\vec{B}$ так, что вектор скорости $\vec{v}$ проводника перпендикулярен проводнику и вектору индукции, благодаря силе Лоренца, действующей на носители в проводнике, возникает ЭДС индукции $\varepsilon_i$ .
3.4.11	$W_{\text{м}} = L \cdot \frac{I^2}{2}$ в катушке индуктивности $L$ , по которой течет ток силой $I$ , запасена магнитная энергия (энергия тока) $W_{\text{м}}$ .
3.4.12	$w_{\text{м}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu}$ плотность энергии магнитного поля – энергия, локализованная в единичном объеме пространства, где имеется магнитное поле.
3.5 ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ	
3.5.1	$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ $\omega = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$ частота $\nu$ , период $T$ , циклическая частота $\omega$ электромагнитных колебаний в контуре, выраженные через параметры колебательного контура: индуктивность катушки $L$ и емкость конденсатора $C$ (формула Томсона). Сила тока в контуре, заряд конденсатора, напряжение на катушке изменяются с частотой $\nu$ . Магнитная и электрическая энергия изменяются вдвое быстрее с частотой $2\nu$ .
3.5.2	$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = c \cdot T$ соотношение между длиной электромагнитной волны $\lambda$ , ее частотой $\nu$ (или периодом $T$ ) и скоростью распространения $c$ . В вакууме (воздухе) $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В других средах скорость волны меньше.

3.5.3	$q(t) = q_m \sin(2\pi\nu t + \varphi_0) = CU_m \sin(2\pi\nu t + \varphi_0)$ зависимость от времени заряда $q(t)$ конденсатора при гармонических колебаниях с частотой $\nu$ и амплитудой заряда $q_m$ . Напряжение на конденсаторе $U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ изменяется во времени синхронно с зарядом. $\varphi_0$ – фаза колебаний заряда в начальный момент времени.
3.5.4	$I(t) = q'(t) = 2\pi\nu \cdot q_m \cos(2\pi\nu t + \varphi_0) = I_m \cos(2\pi\nu t + \varphi_0)$ $I(t)$ – изменение со временем силы тока $I(t)$ в колебательном контуре при гармонических колебаниях с частотой $\nu$ и амплитудой $I_m$
3.5.5	$I_m = \omega q_m = \omega \cdot CU_m$ соотношение между амплитудами колебаний силы тока $I_m$ , заряда $q_m$ и напряжения на конденсаторе $U_m$ при гармонических колебаниях в контуре.
3.5.6	$W_{\text{э}}(t) = \frac{CU^2(t)}{2} = \frac{CU_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{CU_m^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + \varphi_0)]$ <p>зависимость от времени электрической энергии <math>W_{\text{э}}(t)</math> при колебаниях в контуре с амплитудой напряжения на конденсаторе <math>U_m</math>. Период колебаний энергии вдвое меньше периода колебаний напряжения. Максимальная электрическая энергия равна полной энергии контура <math>W_{\text{эmax}} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} = W_{\text{полн}}</math></p>
3.5.7	$W_{\text{м}}(t) = \frac{LI^2(t)}{2} = \frac{LI_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{LI_m^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + \varphi_0)]$ <p>зависимость от времени магнитной энергии <math>W_{\text{м}}(t)</math> при колебаниях в контуре с амплитудой силы тока <math>I_m</math>. Период колебаний энергии вдвое меньше периода колебаний силы тока. Максимальная магнитная энергия равна полной энергии контура <math>W_{\text{мmax}} = \frac{LI_m^2}{2} = W_{\text{полн}}</math></p>
3.5.8	$W_{\text{полн}} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = \text{const}$ <p>полная энергия контура при гармонических колебаниях сохраняется</p>

3.5.9	$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \sin \omega t \quad I(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - L\omega}{R} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $I_m(\omega) = \frac{\varepsilon_m}{Z} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C} - L\omega)^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2}(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$ <p>источника ЭДС <math>\varepsilon(t)</math> частоты <math>\omega</math> и амплитуды <math>\varepsilon_m</math> последовательное соединен с резистором сопротивления <math>R</math>, катушкой индуктивностью <math>L</math> и конденсатором емкости <math>C</math>. <math>Z</math> — полное сопротивление цепи, <math>\varphi</math> — сдвиг фаз между током и напряжением источника, <math>\omega_0</math> — собственная циклическая частота контура в отсутствие сопротивления. Возникают вынужденные колебания силы тока с амплитудой <math>I_m(\omega)</math>.</p>
3.5.10	$I_d = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ <p>действующее значение переменного тока <math>I_d</math> — сила постоянного тока, который выделяет столько же тепла, сколько и переменный гармонический ток амплитуды <math>I_m</math></p>
3.5.11	$P = \frac{I_m^2}{2} R = I_d^2 R$ <p>по проводнику с сопротивлением <math>R</math> течет переменный гармонический ток с амплитудой <math>I_m</math>. Тепловая мощность тока <math>P</math> может быть выражена через амплитуду тока или через действующее значение тока <math>I_d</math>. Во втором случае формула для мощности переменного тока такая же, как для мощности постоянного тока (для такого совпадения и ввели понятие действующего значения тока)</p>
3.5.12	$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = U_1 k, \quad k = \frac{n_1}{n_2}$ <p>формулы для трансформатора. <math>U_1</math> — напряжение между концами первичной обмотки с числом витков <math>n_1</math>, <math>U_2</math> — напряжение на концах вторичной обмотки с числом витков <math>n_2</math> при отсутствии нагрузки во вторичной цепи (нет тока, холостой ход), <math>k</math> — коэффициент трансформации.</p>
3.5.13	$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} - I_2 R_2$ <p>трансформатор с нагрузкой во вторичной цепи.</p>

	$I_2$ – ток во вторичной обмотке, $U_2$ – напряжение ее концах, $R_2$ – сопротивление провода вторичной обмотки.	
3.5.14	$E_y(x, t) = E_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad B_z(x, t) = B_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$ $B_m = \frac{T}{\lambda} E_m$ <p>Плоская линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в пустом пространстве. Направление распространения выбираем за положительное направление оси <math>x</math>, ось <math>y</math> направляем по электрическому полю волны <math>\vec{E}(t, x)</math>, тогда вектор магнитной индукции <math>\vec{B}(t, x)</math> направлен по оси <math>z</math>. Проекции векторов электрического и магнитного полей гармонически зависят от времени и координаты <math>x</math>.</p>	
3.6 Оптика		
3.6.1		Световой луч падает на гладкую поверхность с неровностями меньше длины волны света. Отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормально к поверхности. Угол отражения $\beta$ равен углу падения $\alpha$ .
3.6.2		$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$ <p>Закон преломления Снелиуса. Световой луч падает под углом <math>\alpha</math> на границу прозрачной среды. Направление распространения света на границе изменяется. Угол преломления, т.е. угол <math>\gamma</math> подчиняется закону преломления Снелиуса. Показатель преломления <math>n</math> зависит от длины волны света, обычно для красного света показатель преломления меньше.</p>
3.6.3	$n = \frac{c}{v}$ <p>показатель преломления (абсолютный) <math>n</math> может быть выражен как отношение скорости света <math>c</math> в вакууме к скорости света <math>v</math> в среде.</p>	
3.6.4	$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1}$ <p>Если луч света падает на границу двух прозрачных сред из более плотной среды (с большим показателем преломления <math>n_1 &gt; n_2</math>), то существует предельный угол падения <math>\alpha_{\text{пред}}</math>, выше которого свет не выходит во вторую среду, полностью отражаясь от</p>	



	границы прозрачной среды, как от зеркала.
3.6.5	$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$  <p>Формула линзы применима в случае рассеивающей и собирающей линз. <math>F</math> – фокусное расстояние линзы, <math>d</math> – расстояние от предмета до линзы, <math>f</math> – расстояние от изображения до линзы, <math>D</math> – оптическая сила линзы.</p> <p>Правила знаков: если линза рассеивающая, пишем <math>(-\frac{1}{F})</math>. Если источник мнимый (сходящийся пучок) пишем <math>(-\frac{1}{d})</math>. Величина <math>f</math> при заданных <math>d, F</math> и знаках может получиться положительной, это соответствует действительному изображению, или отрицательной – это соответствует мнимому изображению.</p>
3.6.6	 <p>Лучи, падающие на собирающую линзу параллельно побочной оптической оси, собираются в одной точке фокальной плоскости линзы. В случае рассеивающей линзы в фокальной плоскости собираются продолжения лучей. Из обратимости хода лучей следует, что лучи, исходящие из одной точки фокальной плоскости собирающей линзы, после преломления идут параллельно друг другу.</p>
3.6.7	$a) \Gamma \equiv \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d - F} \quad b) \Gamma_{\text{лупы}} = \frac{s}{F_{\text{лупы}}}$ <p>увеличением <math>\Gamma</math> линзы по определению называют отношение размера <math>H</math> изображения в перпендикулярном главной оптической оси направлении к размеру <math>h</math> предмета. Увеличение лупы <math>\Gamma_{\text{лупы}}</math> можно вычислить, зная расстояние наилучшего зрения <math>s=0,25</math> м и фокусное расстояние <math>F_{\text{лупы}}</math>.</p>
3.6.8	$D^2 \ll L\lambda$ условие, при котором можно наблюдать дифракционное

	изображение. $D$ – ширина щели, или диаметр отверстия, $\lambda$ – длина волны света, $L$ – расстояние от отверстия/щели до экрана, где наблюдается дифракционная картина.
3.6.9	$d \cdot \sin \varphi_m = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2... \quad d = \frac{10^{-3}}{N}$ <p>Соотношение между углом <math>\varphi_m</math>, под которым наблюдается главный максимум порядка <math>m</math>, длиной волны света <math>\lambda</math> и периодом дифракционной решетки <math>d</math>. <math>N</math> – число штрихов на 1 мм решетки. Уравнение дифракционной решетки.</p>
3.6.10	<p><math>\Delta \equiv n_2 s_2 - n_1 s_1</math> – оптическая разность хода двух волн по определению. <math>s</math> – геометрическая длина пути волны. Оптической разности хода <math>\Delta</math> соответствует разность фаз двух волн <math>\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta</math>.</p> <p><math>\Delta = \pm m \frac{\lambda_0}{2}</math> – условие максимумов и минимумов при интерференции волн. Четному <math>m</math> соответствует максимум на интерференционной картине, нечетному – минимум</p>
3.6.11	<p><math>\delta\varphi = \frac{4\pi h}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \pi</math> свет с длиной волны <math>\lambda_0</math> падает под углом <math>\alpha</math> из воздуха на пластину толщиной <math>h</math> с показателем преломления <math>n</math>. Разность фаз волн, отраженных от передней и задней поверхностей пластины <math>\delta\varphi</math>. Учтена добавка к фазе волны <math>\Delta\varphi = \pi</math>, возникающая при отражении от более плотной среды (от передней грани). <math>\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}</math></p>
<b>4.ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ</b>	
4.1	<p>1. Все физические явления протекают во всех инерциальных системах отсчета одинаково.</p> <p>2. Свет распространяется в вакууме со скоростью <math>c = 3 \cdot 10^8</math> м/с, не зависящей от скорости источника или наблюдателя.</p> <p>Два постулата теории относительности.</p>

4.2	$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau_0 \gamma \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$ <p>соотношение между интервалом времени <math>\tau</math>, измеренным наблюдателем, мимо которого движется тело со скоростью <math>v</math> и собственным временем <math>\tau_0</math>, измеренным в системе отсчета, где тело покоится.</p>
4.3	$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}$ <p>связь длины тела <math>l</math>, измеренной наблюдателем, мимо которого тело движется со скоростью <math>v</math>, и длины <math>l_0</math> тела в системе отсчета, в которой оно неподвижно.</p>
4.4	$v_{\text{абс}} = \frac{v_{\text{отн}} + v_{\text{пер}}}{1 + \frac{v_{\text{пер}} \cdot v_{\text{отн}}}{c^2}}$ <p>Подвижная система отсчета движется со скоростью <math>v_{\text{пер}}</math>. Наблюдаемое тело движется в том же направлении со скоростью <math>v_{\text{отн}}</math> относительно подвижной системы. <math>v_{\text{абс}}</math> - скорость тела относительно неподвижной системы. Замена классической теоремы сложения скоростей <math>v_{\text{абс}} = v_{\text{отн}} + v_{\text{пер}}</math> в ТО</p>
4.5	$E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 \gamma(v)$ <p>энергия <math>E(v)</math> свободного тела в теории относительности. <math>m</math> – масса тела, скорости <math>v</math> – его скорость,  <math display="block">\gamma = \frac{E(v)}{mc^2}</math></p>
4.6	<p><math>E(v = 0) = E_{\text{пок}} = mc^2</math> энергия тела при нулевой скорости называется энергией покоя <math>E_{\text{пок}}</math>.</p> <p><math>E_{\text{кин}}(v) \equiv E(v) - mc^2 = mc^2(\gamma(v) - 1)</math> кинетической энергией в теории относительности называется разность между энергией при скорости <math>v</math> и энергией покоя</p>

4.7	$\vec{p}(v) = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}\gamma$ выражение для импульса $\vec{p}(v)$ тела в ТО
4.8	$\vec{p}' = \vec{F}$ второй закон Ньютона в импульсной форме в ТО выглядит как в классической механике
4.9	$E^2(p) = p^2 c^2 + m^2 c^4$ соотношение между энергией и модулем импульса в ТО
4.10	$E_{\text{кин}} = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - m c^2$ соотношение между кинетической энергией и модулем импульса в ТО. (замена классической связи $E_{\text{кин}} = \frac{p^2}{2m}$ )
4.11	$E \approx m c^2 + \frac{mv^2}{2}$ энергия свободного тела при скорости $v \ll c$ в ТО.
5. Квантовая физика	
5.1. корпускулярно-волновой дуализм	
5.1.1	$\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$ $\varepsilon_{\text{ф}}$ связь энергия фотона с его частотой $\nu$ и длиной волны $\lambda$ . $h$ – постоянная Планка.
5.1.2	$p_{\text{ф}} = \frac{\varepsilon_{\text{ф}}}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda_{\text{ф}}} \quad \lambda_{\text{ф}} = \frac{h}{p_{\text{ф}}} \quad \lambda_{\text{ф}} [\text{нм}] = \frac{1,24}{\varepsilon [\text{эВ}]}$ соотношение между импульсом фотона $p_{\text{ф}}$ , его энергией $\varepsilon_{\text{ф}}$ , длиной волны $\lambda_{\text{ф}}$ , частотой $\nu$ . $c$ – скорость света. $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \text{ пм}$ – комтоновская длина волны электрона
5.1.3	$\lambda_{\text{э}} = \frac{h}{p_{\text{э}}}$ связь длины волны $\lambda_{\text{э}}$ электрона (волны де Бройля) и его импульса $p_{\text{э}}$ .

5.1.4	$F = \frac{P}{c} (1 + R) = \frac{Nh\nu}{c} (1 + R) = \frac{Nh}{\lambda} (1 + R)$ <p>— сила <math>F</math>, с которой падающий световой поток мощности <math>P</math> давит на поверхность с коэффициентом отражения <math>R</math>. <math>N</math> — число фотонов, падающих на поверхность в секунду, <math>\nu</math> — частота фотона, <math>\lambda</math> — длина волны света.</p>
5.1.5	$\frac{mv^2}{2} = \varepsilon_{\text{ф}} - A_{\text{вых}} = h\nu - A_{\text{вых}} = h \frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}$ <p>фотон частоты <math>\nu</math> с энергией <math>\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu</math>, попадая на металлическую поверхность, выбивает из металла электрон. Кинетическая энергия выбитого электрона равна разности между энергией фотона и работой выхода <math>A_{\text{вых}}</math>, которую надо затратить, чтобы удалить электрон из металла. <math>v, m</math> — скорость и масса вырванного фотоном электрона, <math>\lambda</math> — длина волны падающего на металл света. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.</p>
5.1.6	$h\nu_{\min} = h \frac{c}{\lambda_{\max}} = A_{\text{вых}} \quad \lambda_{\max} = \frac{1243,12}{A_{\text{вых}} [\text{эВ}]} \text{ нм}$ <p>минимальная частота <math>\nu_{\min}</math>, при которой возможен фотоэффект, определяется величиной работы выхода металла <math>A_{\text{вых}}</math>. Максимальная длина волны фотона <math>\lambda_{\max} = \lambda_{\text{кр}}</math> м, при которой выбивается электрон (красная граница фотоэффекта), соответствует минимальной частоте фотона.</p>
5.1.7	$U_3 = \frac{E_{\text{кин}}}{e} \quad U_3 = \frac{h\nu - A_{\text{вых}}}{e}$ <p>напряжение <math>U_3</math>, при котором фототок обращается в ноль (запирающее/задерживающее напряжение (на облучаемой пластине плюс) определяется кинетической энергией <math>E_{\text{кин}}</math> выбитого электрона. <math>e</math> — заряд электрона.</p>
5.2 Физика атома	
5.2.1	$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$ <p>соотношение между радиусом <math>r_n</math> разрешенной орбиты в атоме водорода, скоростью <math>v_n</math> электрона на этой орбите и номером <math>n</math> орбиты. <math>m_e</math> — масса электрона. Правило квантования Бора.</p>
	$E_n = -Z^2 \frac{R}{n^2} = -Z^2 \frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} = -Z^2 \frac{2,18 \cdot 10^{-18}}{n^2} \text{ Дж} \quad \text{Дж} = 1, 2, 3 \dots$

5.2.2	$E_n$ – энергия $n$ –го уровня в атоме водорода и ионах с одним электроном. $R = 13,6$ эВ постоянная Ридберга, $Z$ –зарядовое число (число протонов в ядре).
5.2.3	$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h}$ – частота фотона, излученного или поглощенного при переходах в атоме между уровнями с энергиями $E_k$ и $E_n$ . $\lambda_{kn} = \frac{ch}{E_k - E_n}$ – длина волны света, излучаемого или поглощаемого при переходе. $\lambda_{kn} = \frac{l}{Z^2} \cdot \frac{k^2 n^2}{k^2 - n^2}$ $l = \frac{ch}{R} = 91,2$ нм
5.3. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА	
5.3.1	$A \equiv Z + N$ определение массового числа $A$ – сумма числа $Z$ протонов в ядре и числа $N$ нейтронов в ядре. Число протонов $Z$ называют зарядовым числом ядра. Общее название протонов и нейтронов – нуклоны.
5.3.2	${}^A_Z\text{Li} = \frac{\text{число нуклонов}}{\text{число протонов}} \text{Li} = {}^7_3\text{Li}$ обозначения изотопа элемента (для примера лития). Верхний индекс – массовое число $A$ , нижний – зарядовое число $Z$ , равное порядковому номеру элемента таблице Менделеева.
5.3.3	$\Delta m \equiv Zm_p - Nm_n - m$ определение дефекта масс ядра $\Delta m$ –разность между массой свободных нуклонов, составляющих ядро, и массой ядра, в котором эти нуклоны связаны ядерными силами
5.3.4	$\Delta E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2 = [Zm_p + Nm_n - (m_{\text{атом}} - Zm_e)] \cdot c^2$ $\Delta E_{\text{св}}$ энергия связи атомного ядра, выраженная через массы нуклонов, массу атома изотопа и массу электрона оболочки. Столько энергии нужно затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны.
5.3.5	${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}_{-1}^0\text{e} + \nu$ схема электронного бэта- распада $\beta^-$ – превращения нейтрона в протон с испусканием электрона и антинейтрино.
5.3.6	${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{H} \Rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$ первая ядерная реакция (1919 г, Резерфорд). В ядерных реакциях сохраняются сумма массовых чисел и сумма

	зарядовых чисел.
5.3.7	$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 e^{-\lambda t}$ <p>Закон радиоактивного распада. <math>N_0</math> – число радиоактивных ядер в момент начала отсчета времени, <math>N(t)</math> – число ядер, оставшихся к моменту <math>t</math>, <math>T</math> – период полураспада, За время, равное <math>T</math>, распадется половина начального количества ядер .</p> $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ <p>– постоянная распада</p>
5.3.8	$A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = -N'(t) = \frac{\ln 2}{T} \cdot N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = \lambda N(t)$ <p>активность препарата по определению – число распадов ядер в единицу времени. <math>T</math> – период полураспада, <math>\lambda</math> – постоянная распада</p>
5.3.9	$q = e \frac{m}{M} N_A \cdot Z$ <p>суммарный заряд всех ядер изотопа элемента массой <math>m</math>. <math>Z</math> – зарядовое число, <math>M</math> – молярная масса</p>
<i>математическое приложение</i>	
M1	<p>a) <math>\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x</math>, b) <math>\frac{1}{1+x} \approx 1 - x</math>, c) <math>\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x</math>, d) <math>\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}</math></p> <p>e) <math>(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3 \approx 1 + 3x</math></p> <p>формулы для приближенных расчетов. Применимы при <math>x \ll 1</math></p>
M2	<p>a) <math>\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}</math> b) <math>\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]</math></p> <p>c) <math>A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + \varphi)</math> <math>\cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}</math>, <math>\sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}</math></p> <p>тригонометрические формулы, используемые для описания сложения колебаний и интерференции волн</p> <p>d) <math>\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}</math> <math>\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}</math></p>

M3	<div data-bbox="378 233 1003 485" data-label="Image"> </div> <p>Проекция векторов на ось <math>x</math>. Вектор <math>\vec{A}</math> составляет острый угол <math>\alpha</math> с положительным направлением оси – его проекция на ось положительная <math>A_x = A \cos \alpha &gt; 0</math>. Вектор <math>\vec{B}</math> составляет тупой угол <math>\beta</math> с положительным направлением оси, его проекция на ось отрицательная <math>B_x = B \cos \beta &lt; 0</math>. (<math>A, B</math> – модули векторов).</p>
M4	<div data-bbox="396 810 971 1073" data-label="Image"> </div> <p>Сложение и вычитание векторов <math>\vec{A}</math> и <math>\vec{B}</math>. Стрелочка у вектора разности <math>\vec{A} - \vec{B}</math> ставится около вектора <math>\vec{A}</math> (правило «уколки уменьшаемое»).</p>
M5	<p><math>\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv A \cdot B \cdot \cos \alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z</math> определение скалярного произведения векторов <math>\vec{A}</math> и <math>\vec{B}</math> и его выражение через проекции векторов на взаимно перпендикулярные оси координат <math>x, y, z</math>. <math>\alpha</math> – угол между векторами.</p>
M6	<div data-bbox="354 1430 621 1591" data-label="Equation-Block"> <math display="block">\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}</math> <p>теорема синусов</p> </div> <div data-bbox="954 1430 1208 1667" data-label="Image"> </div>
M7	<div data-bbox="354 1692 800 1780" data-label="Equation-Block"> <math display="block">c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha</math> <p>теорема косинусов</p> </div> <div data-bbox="954 1692 1208 1929" data-label="Image"> </div>



M8	$s_n = a_1 + qa_1 + q^2a_1 + \dots + q^{n-1}a_1 \quad s_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ <p>сумма <math>n</math> первых членов геометрической прогрессии</p>	
	Производные нужных для решения задач функций	
M9	$y = at + b$	$y' = a$
M10	$y = at^2 + bt + c$	$y' = 2at + b$
M11	$y = y_m \cos \omega t$	$y' = -\omega y_m \sin \omega t$
M12	$y = y_m \sin \omega t$	$y' = \omega y_m \cos \omega t$
M13	$y = 2^t$	$y' = 2^t \cdot \ln 2$
M14	$y = kx + b$ уравнение прямой	
M15	$y = ax^2 + bx + c$ уравнение параболы	
M16	<p>a) Площадь поверхности сферы радиуса <math>R</math>: <math>S = 4\pi R^2</math></p> <p>b) шара радиуса <math>R</math>: <math>V = \frac{4}{3} \pi R^3</math></p>	

### Основные постоянные

Гравитационная постоянная -  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$

Скорость света в вакууме -  $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ;  $c^2 = 8,98752 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2$

Постоянная Планка -

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$$

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6,59 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}$$

Электрическая постоянная -  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

Постоянная Авагадро -  $N_A = 6,022141 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Постоянная Больцмана -  $k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

Заряд электрона (модуль) -  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Масса электрона -  $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$

1.5.Масса протона -  $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00728 \text{ а.е.м}$

Масса нейтрона -  $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00867 \text{ а.е.м.}$

Масса  $\alpha$ -частицы  $m_\alpha = 6.644656 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4.00150 \text{ а.е.м}$

Масса ядра дейтерия  $m_D = 2,014102 \text{ а. е. м.}$

Масса ядра трития  $m_T = 3,016049 \text{ а. е. м}$

### Производные от основных постоянных

Отношение модуля заряда электрона к его массе (удельный заряд электрона) –

$$\frac{e}{m_e} = e^* = 1,759 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} \quad (m^* = \frac{m_e}{e} = 5,68 \cdot 10^{-12} \text{ кг / Кл})$$

Отношение заряда протона к его массе -  $\frac{e}{m_p} = e_p^* = 9,5779 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$

Постоянная Фарадея -  $F = eN_A = 9,648 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$

Коэффициент связи массы и энергии -

$$c^2 = \frac{E}{m} = 8,9874 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг} = 931,5 \text{ МэВ/а.е.м.}$$

$$1 \text{ атомная единица массы (а.е.м.)} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,5 \text{ МэВ}$$

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1}{N_A (1 / \text{кмоль})} \text{ кг} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ а.е.м.}$$

$$1 \text{ электрон-вольт (эВ)} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$1 \text{ Дж} = 6,24146 \cdot 10^{18} \text{ электрон-вольт (эВ)}$$

$$1 \text{ МэВ} = 1,60219 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

Энергия покоя электрона -

$$E_{0e} = m_e c^2 = 8,187 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,511 \text{ МэВ}$$

Энергия покоя протона -

$$E_{0p} = m_p c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 938,26 \text{ МэВ}$$

Энергия покоя нейтрона -

$$E_{0n} = m_n c^2 = 1,505 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 939,55 \text{ МэВ}$$

$$\text{Энергия покоя } \alpha \text{-частицы - } E_{0\alpha} = m_\alpha c^2 = 3,72738 \text{ ГэВ}$$